

PENYUSUN

**TRANSFORMASI GEOMETRI BERBASIS APLIKASI GEOGEBRA
MATEMATIKA UMUM KELAS XI**

Oleh :

Hany Ayu Fitriana

18321940

Universitas Muhammadiyah Ponorogo

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah saya panjatkan puja dan puji syukur kehadirat Allah SWT yang senantiasa melimpahkan segala rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan modul ini.

Penyajian dalam modul ini, penulis tampilkan dalam bentuk yang mudah dipahami serta menjelaskan uraian singkat mengenai pengertian Transformasi Geometri beserta ilustrasi dalam kehidupan sehari-hari. Sehingga teman-teman dapat dengan mudah untuk memahami dan mengenali tentang Transformasi Geometri.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penyusunan modul. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran demi perbaikan dan kesempurnaan modul ini.

Penulis mengucapkan terimakasih kepada berbagai pihak yang telah membantu proses penyelesaian modul ini. Semoga modul ini dapat bermanfaat bagi pembaca semua, khususnya siswa.

Ponorogo, 23 Mei 2022

Penulis

DAFTAR ISI

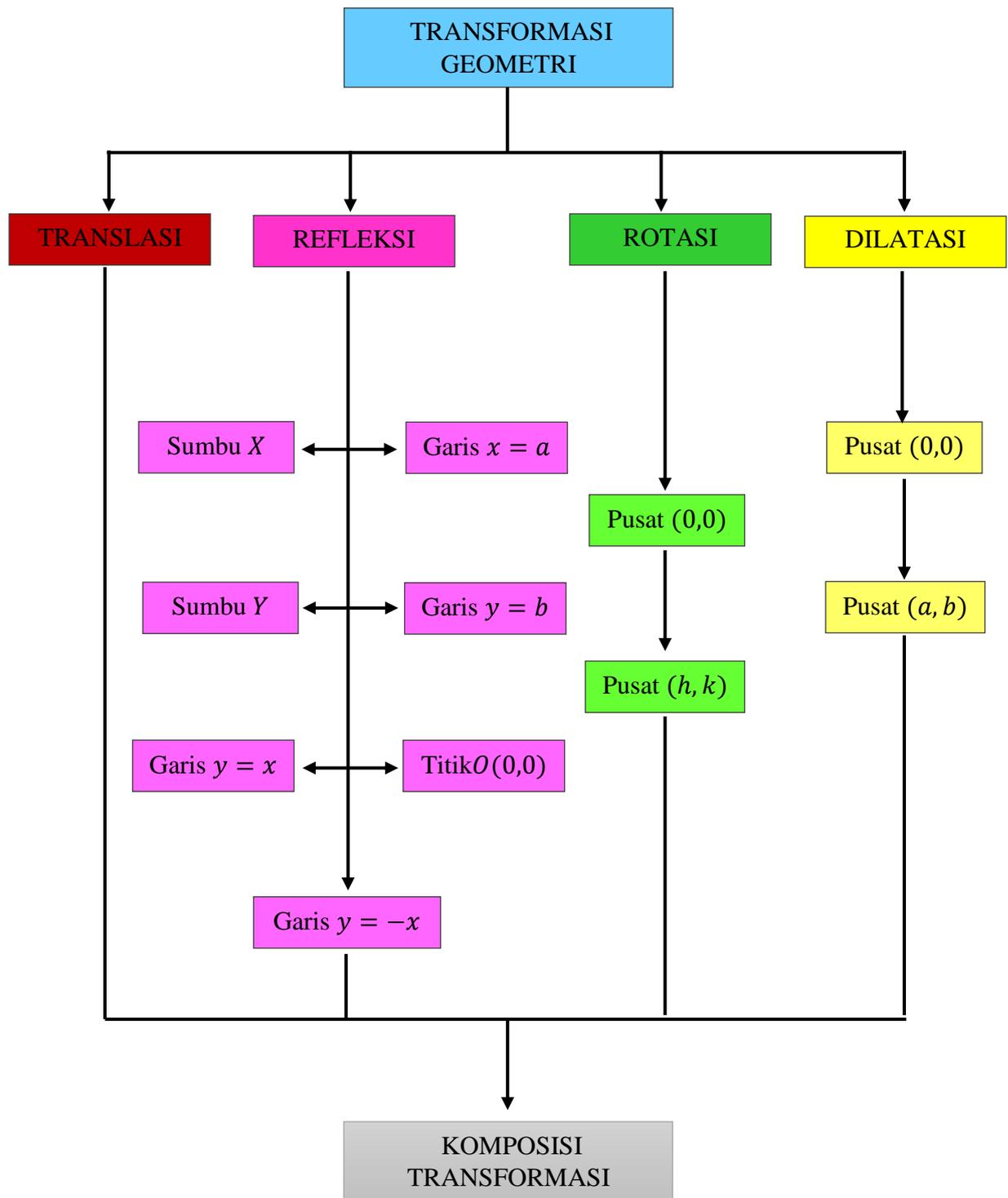
PENYUSUN	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iii
GLOSARIUM.....	v
PETA KONSEP	1
PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL	2
PENDAHULUAN	3
A. Identitas Modul.....	3
B. Kompetensi Dasar.....	3
C. Deskripsi Singkat Materi	3
D. Materi Pembelajaran.....	3
TRANSLASI (PERGESERAN)	8
A. Tujuan Pembelajaran	8
B. Uraian Materi	8
C. Rangkuman	15
D. Latihan Soal	16
E. Penilaian Diri	16
REFLEKSI (PENCERMINAN)	17
A. Tujuan Pembelajaran	17
B. Uraian Materi	17
C. Rangkuman	22
D. Latihan Soal	23
E. Penilaian.....	23
ROTASI (PERPUTARAN)	25
A. Tujuan Pembelajaran	25
B. Uraian Materi	25
C. Rangkuman	31
D. Latihan Soal	31

E. Penilaian.....	32
KOMPOSISI TRANSFORMASI.....	41
A. Tujuan Pembelajaran	41
B. Uraian Materi	41
C. Rangkuman	47
D. Latihan Soal	47
E. Penilaian Diri	48
EVALUASI.....	49
DAFTAR PUSTAKA	70

GLOSARIUM

- GeoGebra** : Salah satu program matematika dinamis untuk belajar dan mengajar matematika di sekolah.
- Transformasi** : Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang)
- Geometri** : Cabang matematika yang menerangkan sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang
- Transformasi Geometri** : Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks.
- Matriks** : Susunan sekelompok bilangan dalam suatu jajaran berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom dan diapit oleh tanda kurung
- Translasi** : Transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
- Refleksi** : Transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin
- Rotasi** : Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
- Dilatasi** : Transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu.
- Komposisi Transformasi** : Transformasi majemuk yang memuat lebih dari satu transformasi

PETA KONSEP



PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Modul ini dirancang untuk memfasilitasi teman-teman dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Lengkapilah titik-titik yang ada pada setiap kegiatan pembelajaran.
4. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan jika memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali dengan menggunakan aplikasi geogebra.
5. Kerjakan latihan soal yang disediakan dengan menggunakan aplikasi geogebra, kemudian cocokkan hasil pekerjaan teman-temandengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
6. Jika teman-temanmenemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
7. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan teman-temanterhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
8. Di bagian akhir modul disediakan soal evaluasi, silahkan mengerjakan soal evaluasi tersebut agar teman-temandapat mengukur penguasaan teman-temanterhadap materi pada modul ini. Cocokkan hasil pengerjaan teman-temandengan kunci jawaban yang tersedia.
9. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan teman-temanuntuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XI
Alokasi Waktu	: 10×45 menit (10 JP)
Judul Modul	: Transformasi Geometri

B. Kompetensi Dasar

3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

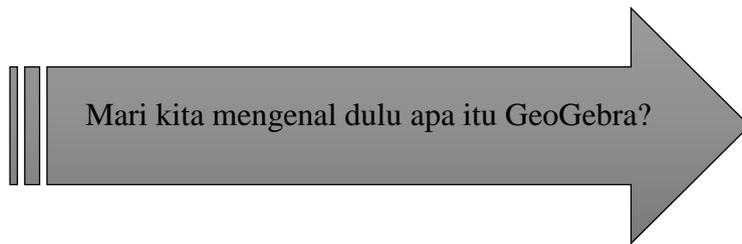
C. Deskripsi Singkat Materi

Teman-teman, banyak kegiatan atau kejadian dalam kehidupan sehari-hari yang terkait dengan transformasi geometri. Dimana transformasi geometri merupakan perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks. Materi transformasi geometri terdiri atas translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi.

D. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi 5 kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama	: Translasi
Kedua	: Refleksi
Ketiga	: Rotasi
Keempat	: Dilatasi
Kelima	: Komposisi Transformasi Geometri



1. Apa itu GeoGebra?

GeoGebra merupakan salah satu program matematika dinamis untuk belajar dan mengajar matematika di sekolah. GeoGebra dikembangkan oleh Markus Hohenwarter pada tahun 2001. Menurut Hohenwarter (2008), GeoGebra merupakan program komputer untuk membelajarkan matematika khususnya geometri dan aljabar. Program ini dapat dimanfaatkan secara bebas dan dapat di unduh di www.GeoGebra.org.

Program GeoGebra melengkapi daftar program pembelajaran matematika yang telah ada sebelumnya seperti Maple, Mupad, dan Derive. Serta menambah khasanah program komputer dibidang geometri selain CABRI, Geometry's sketchpad, WinGeom atau yang lainnya. Menurut Hohenwarter, GeoGebra dirancang untuk membelajarkan geometri, aljabar, statistik dan kalkulus sekaligus.

2. Apa manfaat belajar geometri dengan GeoGebra?

Menurut Mahmudi (2010), Pemanfaatan program GeoGebra memberikan beberapa keuntungan, diantaranya adalah sebagai berikut :

- a. Lukisan geometri yang dihasilkan akan lebih teliti dan cepat jika dibandingkan dengan menggunakan cara manual (pensil, penggaris atau jangka)
- b. Fasilitas animasi dan gerakan manipulasi pada GeoGebra dapat memberikan pengalaman visual yang lebih jelas
- c. Dapat dimanfaatkan sebagai bahan evaluasi untuk memastikan bahwa lukisan yang dibuat adalah benar
- d. Mempermudah guru/siswa untuk menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri.

Sedangkan menurut Hohenwarter & Judith (2011), GeoGebra sangat bermanfaat sebagai media pembelajaran matematika dengan beragam aktivitas sebagai berikut :

- a. Sebagai media demonstrasi dan visualisasi.

Dalam hal ini, dalam pembelajaran yang bersifat tradisional guru memanfaatkan GeoGebra untuk mendemonstrasikan dan memvisualisasikan konsep-konsep matematika tertentu.

- b. Sebagai alat bantu konstruksi.

Dalam hal ini GeoGebra digunakan untuk memvisualisasikan konsep-konsep matematika tertentu, misalnya mengkonstruksi lingkaran maupun lingkaran luar segitiga, atau garis singgung.

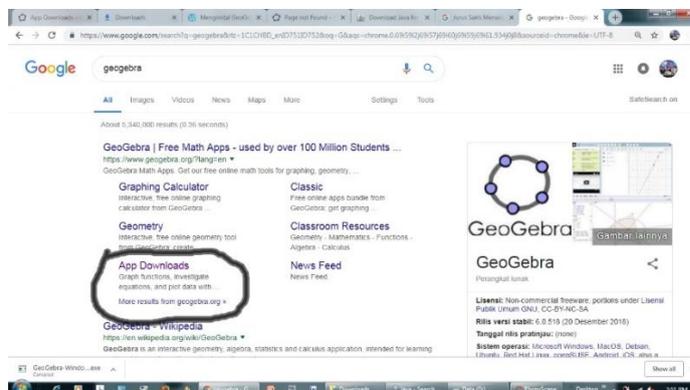
- c. Sebagai alat bantu proses penemuan.

Dalam hal ini GeoGebra digunakan sebagai alat bantu bagi siswa untuk menemukan suatu konsep matematis, misalnya tempat kedudukan titik-titik atau karakteristik grafik parabola.

3. Bagaimana langkah-langkah dalam menginstall aplikasi Geogebra?

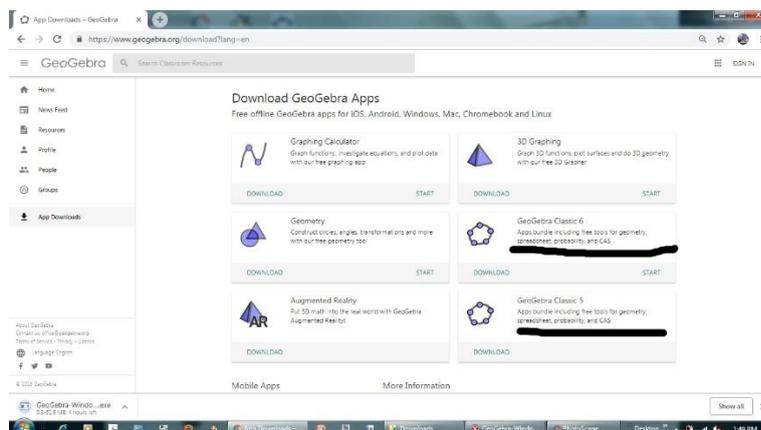
Baiklah teman-teman setelah kita mengetahui sedikit tentang Geogebra, sekarang kita langsung saja melihat langkah-langkah dalam menginstall Geogebra.

1. Langkah Pertama, kita dapat membuka pencarian di google dengan mengetikkan GeoGebra.
2. Langkah Kedua, setelah pencariannya muncul, teman-teman dapat mengklik seperti pada bagian yang telah saya lingkari pada gambar di bawah ini



Gambar 1. Pilih App Downloads

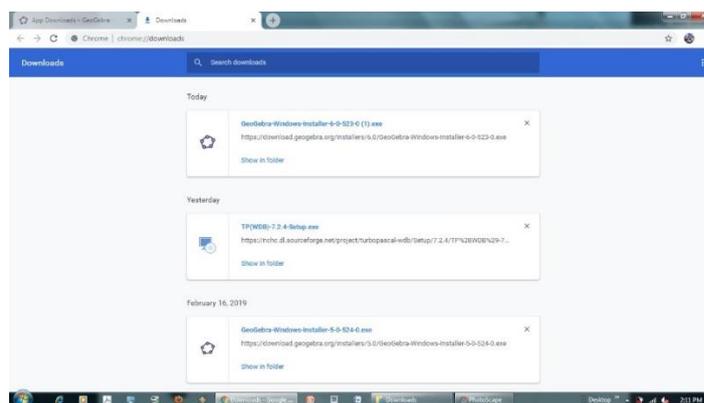
- Setelah teman-teman mengklik seperti pada bagian gambar 1, maka akan muncul tampilan seperti yang ada dibawah ini



Gambar 2. Aplikasi GeoGebra

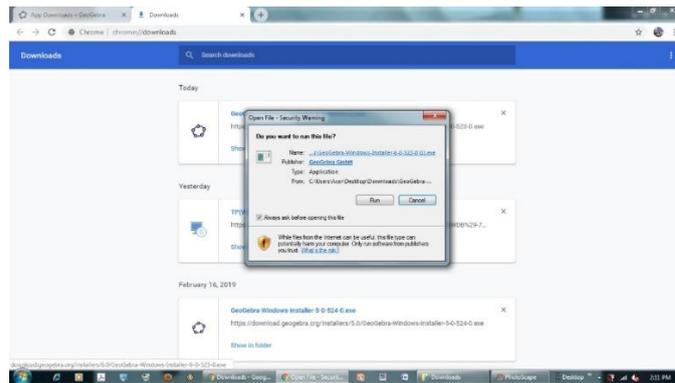
Sedikit informasi, teman-teman dapat mendownload GeoGebra Classic 5. Apabila proses install tidak berhasil, teman-teman dapat download GeoGebra Classic 6.

- Disini teman-teman silahkan mendownload GeoGebra Classic 5, setelah itu klik DOWNLOAD dan tunggu hingga proses download berhasil.
- Setelah proses download berhasil, teman-teman dapat melihat aplikasi yang sudah di download pada bagian download, maka akan muncul tampilan seperti pada gambar 3.



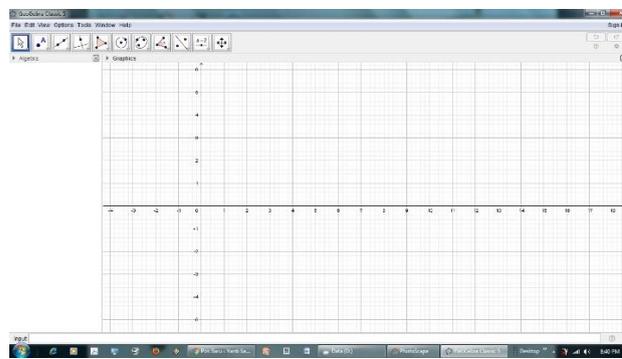
Gambar 3. Hasil dari download

- Lalu, teman-teman dapat mengklik pada bagian yang teman-temandownload tadi. Setelah itu, teman-teman dapat mengklik Run seperti pada gambar 4.



Gambar 4. Pilih Run

7. Tunggu sampai proses pemasangan selesai
8. Setelah pemasangan selesai, maka akan muncul tampilan seperti pada gambar 5.



Gambar 5. Tampilan GeoGebra Classic 5

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

TRANSLASI (PERGESERAN)

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini teman-teman diharapkan dapat:

1. Memahami pengertian translasi
2. Menentukan translasi pada titik
3. Menentukan translasi pada bidang

B. Uraian Materi

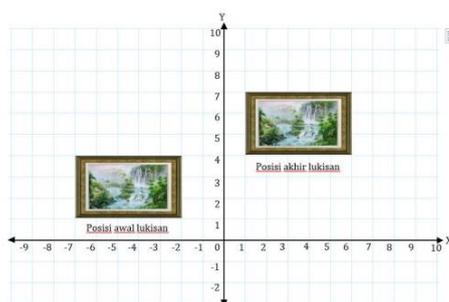
Apakah kamu pernah mengamati objek atau benda-benda yang bergerak di sekitarmu? Seperti kendaraan yang berjalan di jalan raya, pesawat yang melintas di udara, atau diri kita sendiri yang bergerak kemana saja. Kegiatan tersebut menyebabkan benda atau objek mengalami translasi (pergeseran). Mari kita memahami konsep translasi dengan ilustrasi berikut :



Ilustrasi 1

Darel akan memindahkan lukisan pada dinding dengan menggeser ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan. Coba kamu sketsa pergerakan lukisan pada bidang Cartesius. Dapatkah kamu menemukan proses pergerakan lukisan dari posisi awal ke posisi akhir?

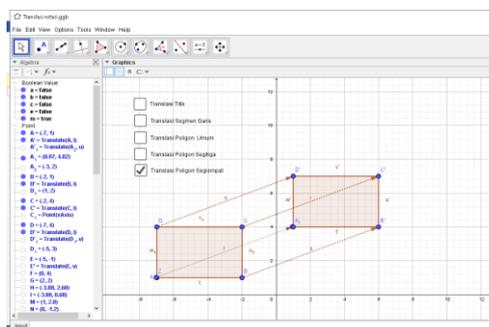
Mari kita perhatikan..! Jika perpindahan lukisan diilustrasikan dalam bidang Cartesius maka akan terlihat seperti gambar di bawah ini. Mari kita perhatikan gambar 6.



Gambar 6. Perpindahan Lukisan pada bidang Cartesius

Sumber : Modul Pembelajaran SMA – Matematika Umum Kelas XI Kemdikbud

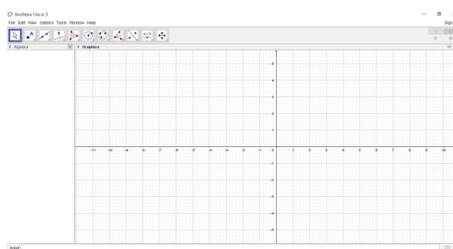
Untuk memudahkan kita dalam memahami perpindahan lukisan yang terjadi, kita bisa mengilustrasikan lukisan tersebut sebagai persegi panjang $ABCD$ dan hasil perpindahan lukisan kita misalkan sebagai persegi panjang $A'B'C'D'$. Agar mudah memahami, mari kita langsung praktek menggunakan aplikasi GeoGebra dengan mengikuti langkah-langkah yang sudah tersedia!



Gambar 7. Ilustrasi Translasi Bidang
Sumber : Koleksi Pribadi

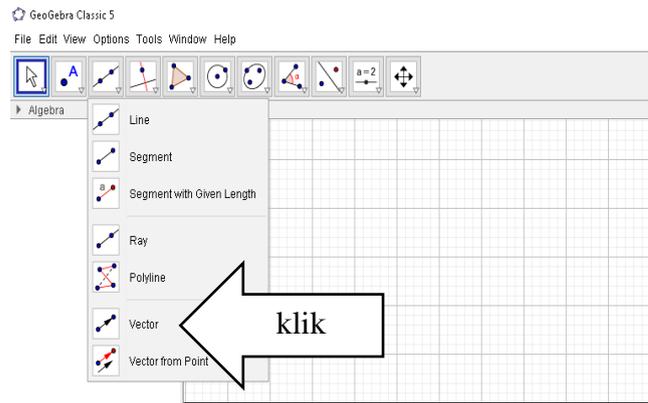
Langkah-langkah dalam membuat translasi bidang di aplikasi GeoGebra sebagai berikut:

1. Pastikan teman-teman sudah install aplikasi GeoGebra sebelumnya. Jika teman-teman sudah mempunyai aplikasi GeoGebra, maka silahkan teman-teman buka terlebih dahulu. Caranya klik kanan pada ikon GeoGebra lalu klik “open” atau juga bisa langsung *double* klik pada ikon GeoGebra. Adapun tampilan awal dari aplikasi GeoGebra seperti pada gambar 8 berikut :

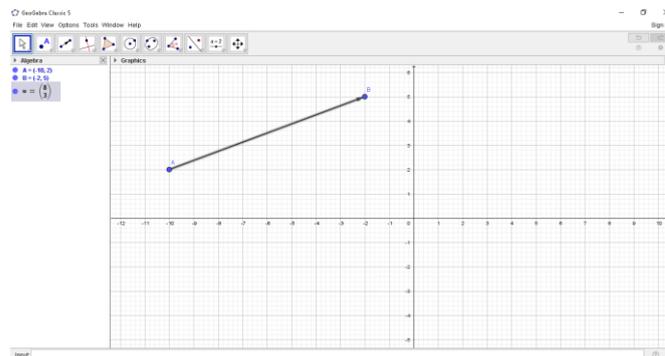


Gambar 8. Tampilan awal GeoGebra

2. Buat vektor disembarang tempat, ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan dengan *tool* “Vector”  seperti pada gambar 9. Untuk hasilnya dapat dilihat pada gambar 10.

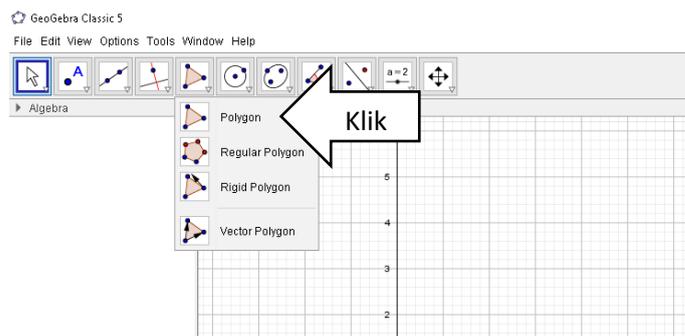


Gambar 9. *Tool vector* pada GeoGebra

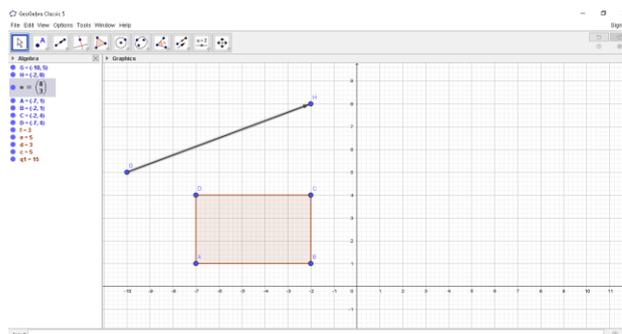


Gambar 10. Hasil dari *vektor* dengan sebuah GeoGebra

3. Buat persegi panjang ABCD dengan titik $A(-7,1)$, $B(-2,1)$, $C(-2,4)$, dan $D(-7,4)$ dengan menggunakan “*tool polygon*”  seperti pada gambar 11. Untuk hasilnya dapat dilihat pada gambar 12.

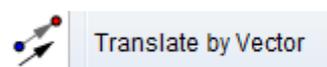


Gambar 11. *Tool Polygon*

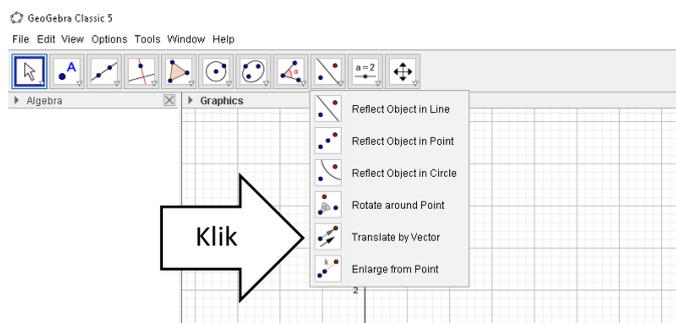


Gambar 12. Persegi panjang ABCD

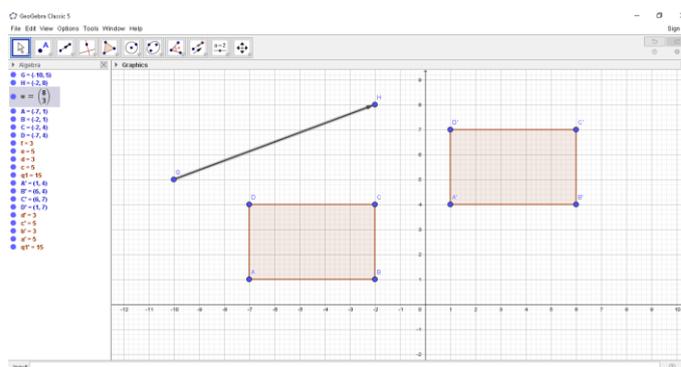
4. Lalu persegi panjang tersebut kita translasikan sejauh 8 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas dengan menggunakan “*tool Translate by Vector*”



seperti pada gambar 13. Caranya kita klik persegi panjang *ABCD* yang sudah di buat tadi, lalu klik *vector* awal yang kita buat pada langkah 2 tadi, maka secara otomatis akan muncul hasil dari translasi dari persegi panjang tersebut pada gambar 14.



Gambar 13. Pilih *tool Translate by Vector*



Gambar 14. Hasil dari translasi

5. Dari gambar 14 hasil perpindahan persegi panjang *ABCD* adalah persegi panjang ...' ...' ...' ...'. Dengan diperoleh persegi panjang *A'B'C'D'* merupakan bayangan dari

persegi panjang $ABCD$, maka setelah ditranslasi diperoleh $AA' = BB' = CC' = DD'$.

Sekarang mari kita buktikan menggunakan cara matematis. Silahkan teman-teman mengisi titik-titik yang tersedia setelah teman-teman mencoba dengan aplikasi geogebra.

Mari kita simak baik-baik!

- Pergeseran 1

Posisi awal titik A berada di koordinat $(-7,1)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan, sehingga posisinya berubah menjadi $A'(1,4)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Pergeseran 2

Posisi awal titik B berada di koordinat (\dots, \dots) , kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan, sehingga posisinya berubah menjadi $B'(6,4)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

- Pergeseran 3

Posisi awal titik C berada di koordinat $(-2,4)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh \dots satuan dan ke atas sejauh \dots satuan. Sehingga posisinya berubah menjadi $A'(\dots, \dots)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

- Pergeseran 4

Posisi awal titik D berada di koordinat (\dots, \dots) , kemudian bergerak ke kanan sejauh \dots satuan dan ke atas sejauh \dots satuan. Sehingga posisinya berubah menjadi $A'(\dots, \dots)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

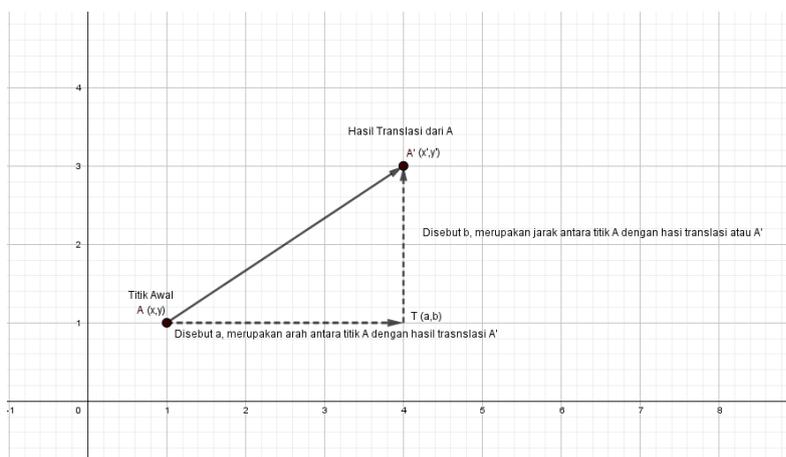
$$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Pergeseran setiap titik pada uraian di atas, silahkan teman-teman simpulkan dengan mengisi Tabel 1.

Titik Awal	Titik Akhir	Proses	Translasi
$A(-7, 1)$	$A'(1, 4)$	$\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$
$B(\dots, \dots)$	$B'(\dots, \dots)$	$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
$C(\dots, \dots)$	$C'(\dots, \dots)$	$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
$D(\dots, \dots)$	$D'(\dots, \dots)$	$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Tabel 1. Translasi dari soal diatas Titik

Berdasarkan hasil pengerjaan pada Tabel 1. Mari kita mengenal konsep rumus matematika bidang translasi. Translasi biasanya disimbolkan dengan T . Translasi ini punya jarak dan arah, intinya translasi itu cuma menggeser titik/bidang sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak dan tidak mengubah ukuran sama sekali. Perhatikan berikut.



1. Perhatikan titik $A(x, y)$.
2. Titik $A(x, y)$ akan di translasikan sejauh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Dimana a adalah pergeseran ke kanan (+) dan ke kiri (-) dan b adalah pergeseran ke atas (+) dan ke bawah (-).

3. Dari pergeseran tersebut maka di peroleh hasil dari bayangan dengan disebut sebagai $A'(x', y')$.

Dari hasil tersebut dapat dibuat kesimpulan bahwa :

Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan :

$$A(\dots, \dots) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}} A'(\dots', \dots')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Catatan : Titik A' disebut bayangan titik oleh translasi $T \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Untuk lebih memahami konsep translasi, mari kita simak contoh soal 1 berikut :

Contoh soal 1

Jika titik $A(2, 3)$ ditranslasikan oleh $T(-3, 4)$, maka bayangan titik A adalah?

Pembahasan :

Pada soal diketahui koordinat titik $A(2, 3)$ artinya $x = 2$ dan $y = 3$ akan ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ artinya $a = -3$ dan $b = 4$ sehingga dapat

dituliskan :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-3) \\ 3 + 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan dari titik $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Dengan menggunakan langkah-langkah yang sudah ada, silahkan teman-teman gambarkan hasil jawaban dengan menggunakan GeoGebra pada kolom di bawah ini!



C. Rangkuman

1. Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
2. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan:

$$A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

3. Bentuk persamaan matriks translasi :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

4. $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ disebut komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal.
5. Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditransformasi.

D. Latihan Soal

Untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep teman-teman terhadap translasi kerjakan soal latihan berikut:

1. Tentukan hasil bayangan titik $A(3, 5)$ oleh translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$. Kemudian gambarkan hasil dari geogebra!
2. Diketahui titik $P'(4, -12)$ adalah bayangan titik P oleh translasi $T = \begin{pmatrix} -9 \\ 8 \end{pmatrix}$. Koordinat titik P adalah ? Kemudian gambarkan hasil dari geogebra!
3. Diketahui translasi T menranslasikan titik $C(-4, 2)$ ke titik $C'(-1, 6)$. Translasi T akan menranslasikan titik $D(3, -2)$ ke titik ? Gambarkan juga hasil GeoGebra!

E. Penilaian Diri

Teman-teman, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang teman-temanketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1	Apakah teman-teman memahami pengertian Translasi ?		
2	Apakah teman-teman dapat menentukan translasi dari suatu titik dengan menggunakan GeoGebra?		
3	Apakah teman-teman dapat menentukan translasi dari suatu bidang dengan menggunakan GeoGebra?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review kegiatan pembelajaran 1, Bila semua jawaban "Ya", maka teman-temandapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya atau pembelajaran 2.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

REFLEKSI (PENCERMINAN)

A. Tujuan Pembelajaran

Teman-teman, setelah kegiatan pembelajaran ini teman-temandiharapkan dapat

1. Memahami pengertian refleksi (pencerminan)
2. Memahami sifat-sifat refleksi
3. Menentukan refleksi terhadap sumbu X
4. Menentukan refleksi terhadap sumbu Y
5. Menentukan refleksi terhadap titik $O(0, 0)$
6. Menentukan refleksi terhadap garis $y = x$
7. Menentukan refleksi terhadap garis $y = -x$
8. Menentukan refleksi terhadap garis $x = h$
9. Menentukan refleksi terhadap garis $y = k$

B. Uraian Materi

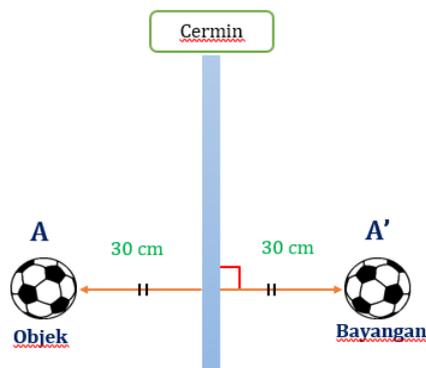
Pengertian dan Sifat-sifat Refleksi (Pencerminan)

Bercermin merupakan kegiatan yang sering kita lakukan dalam kehidupan sehari-hari. Tetapi pernahkan kita berpikir bagaimana bentuk bayangan yang dihasilkan pada cermin? Bagaimana jarak bayangan yang dihasilkan terhadap cermin? untuk menjawab pertanyaan tersebut, mari kita simak ilustrasi 1.



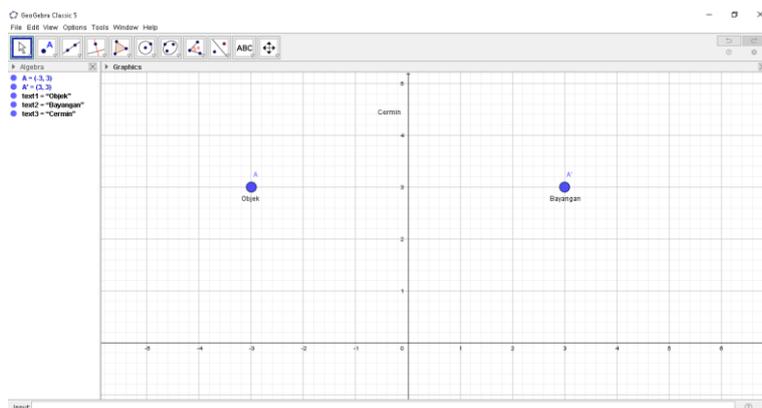
Ilustrasi 1 :

Terdapat sebuah bola yang diletakkan didepan cermin dengan jarak 30 cm. Bagaimana hasil refleksi bola terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan bola terhadap cermin ?



Gambar 15. Bola didepan cermin dengan jarak 30 cm

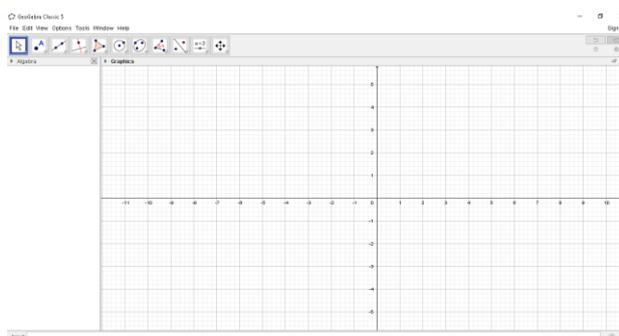
Seperti terlihat pada Gambar 15 hasil bayangan bola terhadap cermin berupa bola. Jika kita misalkan objek bola sebagai titik A dan bayangan bola sebagai A', maka jarak titik A ke cermin sama dengan jarak titik A' ke cermin yaitu 30 cm. Kita misalkan 30 cm itu sama dengan 3 satuan ke kanan dan 3 satuan arah atas seperti pada gambar 16. Mari kita gunakan langkah-langkah aplikasi GeoGebra untuk membuktikan ilustrasi tersebut.



Gambar 16. Refleksi Titik A sebagai bola terhadap sumbu Y

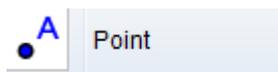
Langkah-langkah dalam membuat Refleksi Titik di aplikasi GeoGebra sebagai berikut:

1. Pastikan teman-teman sudah install aplikasi GeoGebra sebelumnya. Jika teman-teman sudah mempunyai aplikasi GeoGebra maka silahkan teman-teman bukap terlebih dahulu. Caranya klik kanan pada ikon GeoGebra lalu klik "open" atau juga bisa langsung *double* klik pada ikon Geogebra. Adapun tampilan awal dari aplikasi GeoGebra seperti pada gambar 17 berikut :

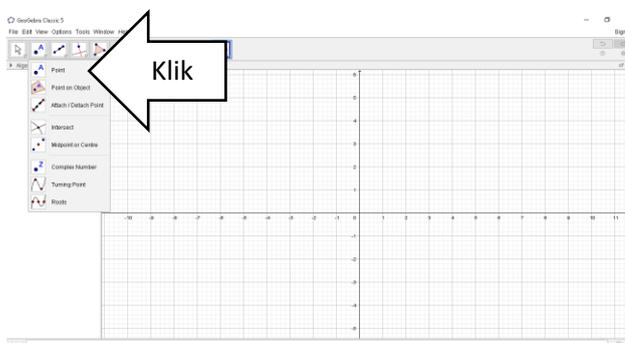


Gambar 17. Tampilan awal GeoGebra

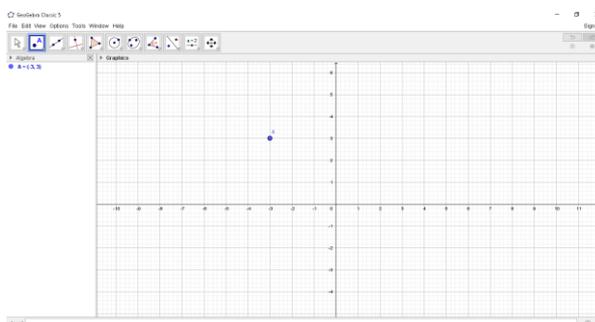
2. Seperti terlihat pada gambar 16, terlebih dahulu membuat titik $A(-3,3)$. Karena jarak objek bola ke cermin yaitu 30 cm dan dimisalkan 30 cm itu sama dengan 3 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas. Silahkan klik pada *tools point*



seperti gambar 18. Untuk hasil dari titik A dapat dilihat pada gambar 19.

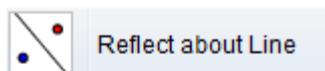


Gambar 18. Pilih *tool point*

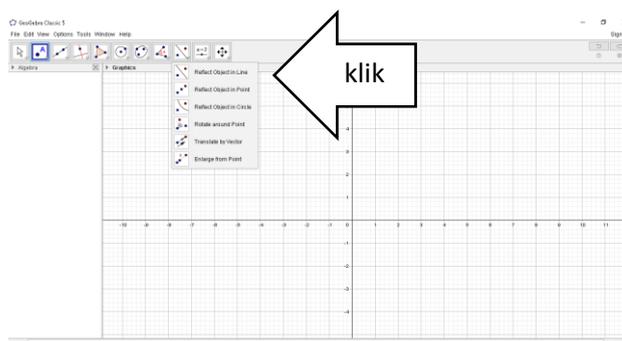


Gambar 19. titik A sebagai pemisalan bola

- Setelah kita membuat titik $A(-3,3)$, maka langkah selanjutnya adalah pencerminan terhadap sumbu Y dengan menggunakan *tool Reflect about line*

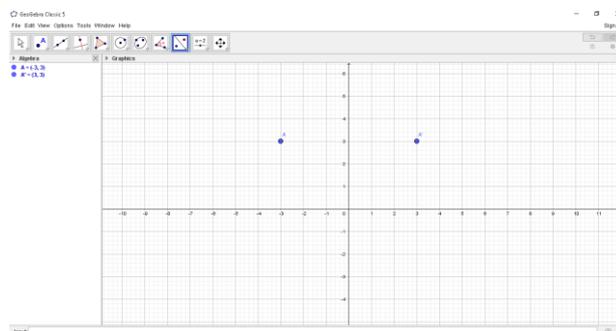


seperti gambar 20. Caranya silahkan teman-teman klik *tool Reflect about line*, setelah itu klik titik A yang akan direfleksikan lalu klik pada sumbu Y . Maka secara otomatis akan muncul hasil dari refleksi. (Karena ini pencerminannya terhadap sumbu Y maka teman-teman tidak perlu membuat garis. Tapi ketika nanti teman-teman menjumpai pada garis misal $y = -x$ maka teman-teman harus menuliskan di kolom input bawah dengan menuliskan $y = -x$ maka secara otomatis akan muncul garis yang dibuat untuk mencerminkan.)



Gambar 20. Pilih tool *reflect about in line*

Tool reflect object in line digunakan untuk pencerminan terhadap garis atau sumbu. Berbeda lagi dengan pencerminan terhadap titik. Untuk pencerminan terhadap titik kita menggunakan *tool reflect object in point*.



Gambar 21. hasil dari refleksi titik A pada sumbu Y

- Maka, jarak titik A yang dicerminkan terhadap sumbu Y yaitu sama dengan jarak bayangan titik A' terhadap sumbu Y. Selain itu, jika titik A dan titik A' kita hubungkan maka garis AA' akan tegak lurus dengan cermin dan menghasilkan titik yang sama dengan jarak yang sama.

Berdasarkan ilustrasi tersebut, kita dapat memahami konsep refleksi secara umum dan sifat-sifatnya .



Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.

Sifat-sifat Refleksi:

1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin

Mari mengenal rumus dengan langkah-langkah yang sudah ada tersebut

Jika titik $P(1,1)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$, maka bayangan titik P adalah?

Pembahasan :

Diketahui : 1. Titik $P(1,1)$ dimana titik $x = 1$ dan $y = 1$.

2. Pencerminkan terhadap garis $y = -x$.

Ditanya : Bayangan dari titik P ?

Jawab :

$$P(1,1) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik P adalah $P'(-1, -1)$

Dari ilustrasi pengerjaan di atas maka dapat ditarik kesimpulan bahwa hubungan dari ilustrasi diatas dapat ditulis sebagai :

$$M_{\dots\dots\dots}: P(\dots, \dots) \rightarrow P'(\dots, \dots) = P'(-x, -y)$$

Dengan persamaan matriks pemetaan diatas dapat ditulis menjadi :

$$\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & -1 \\ -1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ dinamakan matriks yang bersesuaian dengan pencerminan terhadap garis $y = \dots$.

Bagaimana dengan pencerminan terhadap garis $x = h$? Mari kita bahas.

Jika titik $P(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = h$, maka bayangannya adalah titik $P'(x', y')$ dengan $x' = \dots\dots\dots$ dan $y' = \dots$

Hubungan diatas dapat ditulis :

$$M_{\dots\dots\dots} : P(\dots, \dots) \rightarrow P'(\dots, \dots) = P'(\dots\dots\dots, y)$$

Dengan persamaan matriks pemetaan di atas dapat ditulis menjadi :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ dinamakan matriks yang bersesuaian dengan pencerminan terhadap garis $x = \dots\dots$

Silahkan di buktikan sendiri untuk macam-macam refleksi yang lain. Karena secara umum memiliki rumus yang sama.

C. Rangkuman

1. **Refleksi (pencerminan)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.
2. **Sifat-sifat Refleksi:**
 1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
 2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
3. **Macam-macam Refleksi :**

Refleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal $O(0,0)$	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = h$	$A'(x, 2h - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2h \end{pmatrix}$

Tabel 2. Rumus Refleksi suatu titik.

D. Latihan Soal

Untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep teman-teman terhadap materi refleksi, kerjakan soal latihan berikut:

1. Titik $A(3, -5)$ dicerminkan terhadap titik asal $O(0,0)$. Koordinat bayangan titik A adalah? Gambarkan juga hasil dari GeoGebra.
2. Titik $P(5, -4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$. Koordinat bayangan titik P adalah? Gambarkan juga hasil dari GeoGebra.
3. Titik $S(4,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$. Koordinat bayangan titik S adalah? Gambarkan juga hasil dari GeoGebra.

E. Penilaian

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang teman-temanketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah teman-teman memahami pengertian dari refleksi ?		
2.	Apakah teman-teman memahami sifat-sifat refleksi ?		
3.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap sumbu X ?		
4.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap sumbu Y ?		
5.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap garis $y = x$?		
6.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap garis $y = -x$?		

7.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap titik $(0,0)$?		
8.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap garis $x = a$?		
9.	Apakah teman-teman dapat menentukan refleksi dari suatu titik terhadap garis $y = b$?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pada kegiatan pembelajaran 2, Bila semua jawaban "Ya", maka teman-temandapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya atau pembelajaran 3.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

ROTASI (PERPUTARAN)

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini teman-temandiharapkan dapat :

1. Memahami tentang pengertian rotasi.
2. Menentukan rotasi titik terhadap pusat $(0, 0)$
3. Menentukan rotasi titik terhadap pusat (a, b)

B. Uraian Materi

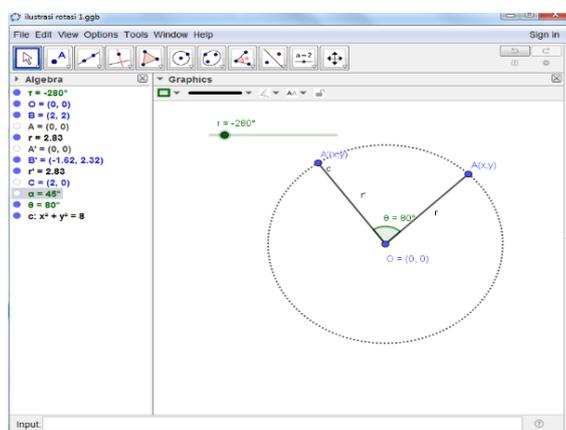
Perhatikan gambar di bawah :



Gambar 23. Perputaran jarum jam
Sumber. *fundamentallychildren.com*

Pada gambar 23, dapat dilihat bahwa Rara sedang memutar jam dinding analog. Rara dapat memutar jarum jam searah dengan putaran jarum jam. Dia juga bisa memutar berlawanan arah putaran jarum jam. Rara dapat memutar jarum dengan sudut putar yang beragam. Dalam matematika, proses memutar jarum jam termasuk transformasi jenis rotasi atau perputaran. Bagaimana bentuk rotasi pada bidang koordinat? Mari kita ilustrasikan gambar 23 tersebut dengan menggunakan aplikasi GeoGebra!

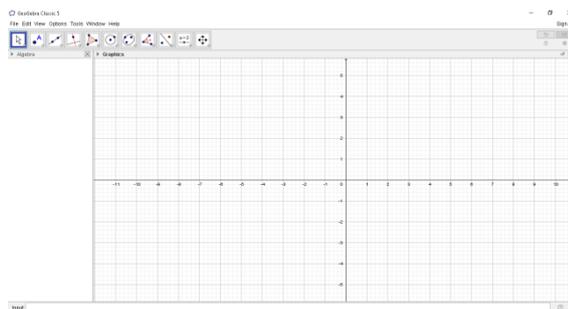
Perhatikan gambar dibawah !



Gambar 24. Perputaran arah jarum jam

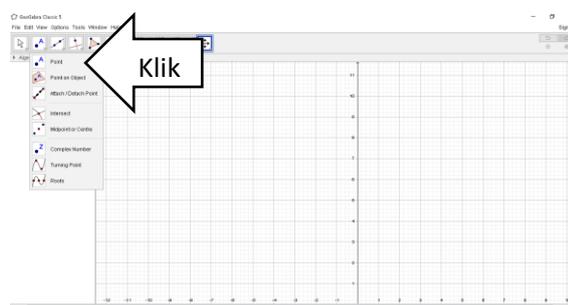
Langkah-langkah dalam membuat Rotasi titik pada aplikasi GeoGebra sebagai berikut:

1. Pastikan teman-teman sudah install aplikasi GeoGebra sebelumnya. Jika teman-teman sudah mempunyai aplikasi GeoGebra maka silahkan teman-teman buka terlebih dahulu. Caranya klik kanan pada ikon GeoGebra lalu klik “*open*” atau juga bisa langsung *double* klik pada ikon GeoGebra. Adapun tampilan awal dari aplikasi GeoGebra seperti pada gambar 25 berikut:

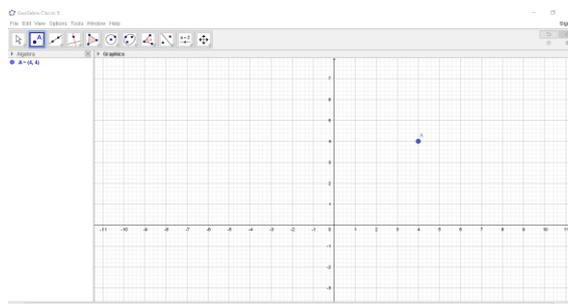


Gambar 25. Tampilan awal GeoGebra

2. Membuat titik A sembarang dengan *tool point*  seperti pada gambar 26. Untuk hasilnya dapat dilihat pada gambar 27.

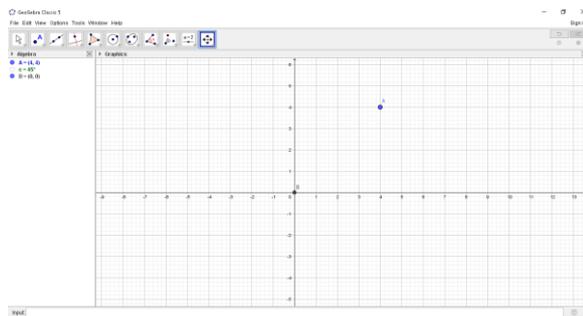


Gambar 26. Pilih *tool point*

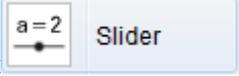


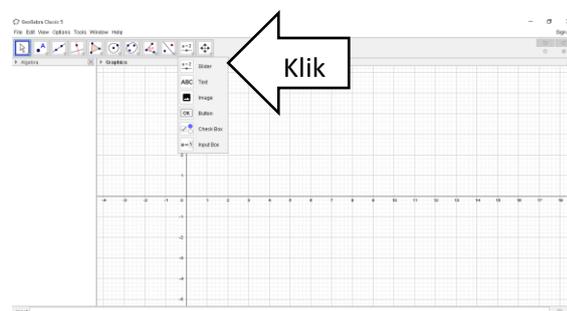
Gambar 27. Titik A

Buat titik B tepat di titik (0,0) dengan *tool point* sama seperti kita membuat titik A tadi dapat dilihat pada gambar 26. Untuk hasil dari membuat titik B dapat dilihat pada gambar 28.



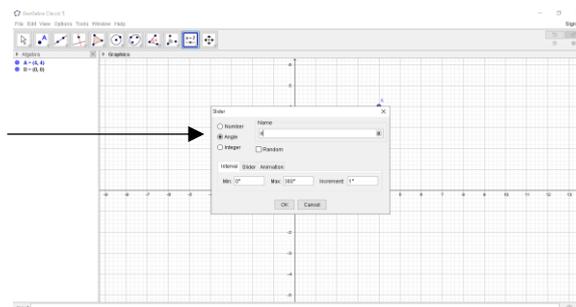
Gambar 28. Titik B tepat di (0,0)

3. Selanjutnya buat slider di sembarang tempat  seperti gambar 29.



Gambar 29. Pilih slider

Setelah teman-teman klik pada *tool slider*, maka akan muncul seperti pada gambar 30. Setelah itu, teman-teman pilih *angle*, kemudian beri nilai *name* dengan α dengan minimal 0° dan maksimal 360° . Teman-teman dapat melihat hasil dari pembuatan slider dengan rentang 0° sampai dengan 360° .

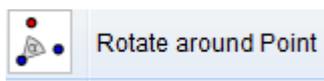


Gambar 30. Pengaturan slider

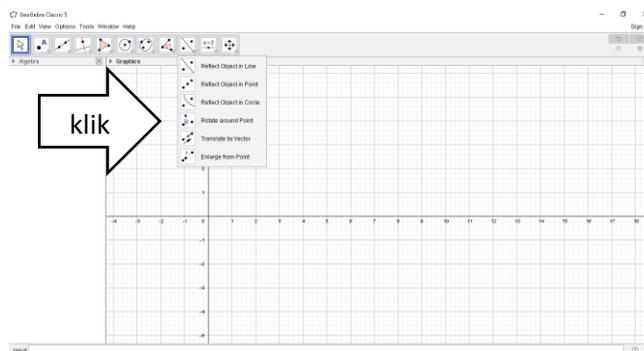


Gambar 31. Tampilan slider

4. Langkah selanjutnya silahkan teman-teman klik *tool rotate around point*

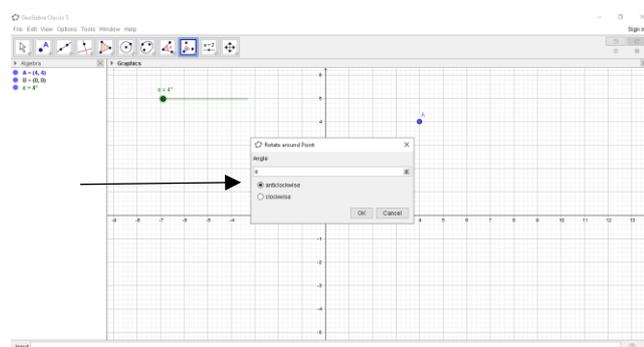


seperti pada gambar 32.

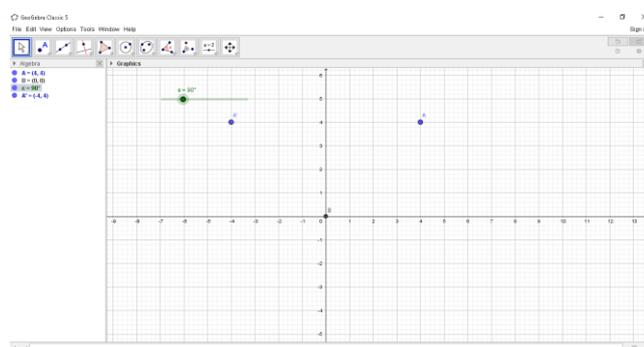


Gambar 32. Pilih *Rotate around point*

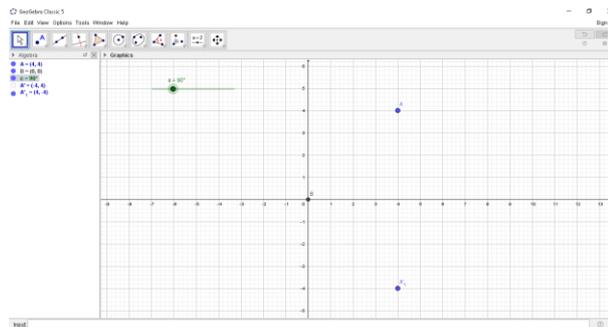
Silahkan teman-teman klik *tool rotate around point*, selanjutnya klik titik A yang akan di rotasikan lalu klik pada titik B. Kemudian akan muncul kotak seperti pada gambar 33. Disitu silahkan teman-teman isi *angel* dengan nilai α . Di bawah *angel* itu ada dua pilihan yaitu *anticlockwise* (berlawanan arah jarum jam) seperti pada gambar 34 dan *clockwise* (searah putaran jarum jam) seperti pada gambar 35, silahkan pilih sesuai perintah.



Gambar 33. Penentuan Angel



Gambar 34. Hasil rotasi berlawanan arah jarum jam



Gambar 35. Hasil rotasi searah jarum jam

5. Bila kita menggeser slider maka yang terjadi yaitu titik yang dirotasikan akan berputar sesuai dengan slider. Misal kita menginginkan perputaran searah jarum jam dengan perputaran 75° maka kita tinggal geser *slider* dan berlaku juga sebaliknya.

Catatan : ilustrasi tersebut menggunakan titik pusat $(0,0)$ jika kita ingin pada pusat (a, b) maka kita tinggal membuat titik yang sesuai dengan perintah. Misal kita ingin pada pusat $(3,2)$ maka kita buat titik $B(0,0)$ pada langkah 2 tadi menjadi titik $(3,2)$ atau seperti yang diperintahkan. Untuk langkahnya sama.

Dari Ilustrasi tersebut dapat ditarik kesimpulan :

Pengertian ROTASI

Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.

Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh :

1. Titik pusat rotasi
2. Besar sudut rotasi
3. Arah sudut rotasi

Jenis-jenis ROTASI :

Rotasi terhadap Titik Pusat (a, b)

Contoh

Titik B(5,-1) dirotasikan terhadap titik P(2,3) sejauh 270° searah putaran jam. Tentukanlah bayangan titik B tersebut dan gambarkan juga hasil dari geogebra!

Pembahasan :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

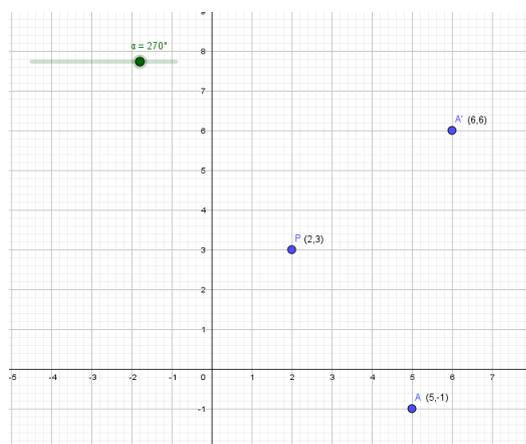
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangannya adalah $B'(6, 6)$

Dari contoh tersebut diperoleh gambar dalam GeoGebra sebagai berikut :



Berdasarkan gambar dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

$$A(\dots, \dots) \xrightarrow{R((\dots, \dots), \dots)} A'(\dots, \dots)$$

Titik (x, \dots) dirotasikan sebesar \dots terhadap titik pusat (\dots, \dots) menghasilkan bayangan titik (\dots, y') dengan aturan:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \dots & -\sin \dots \\ \sin \dots & \cos \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots - a \\ y - \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ \dots \end{pmatrix}$$

Bagaimana dengan Rotasi yang mempunyai titik pusat $O(0,0)$? Silahkan dibuktikan dengan cara yang sama.

C. Rangkuman

1. **Rotasi** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
2. Arah sudut putaran mengikuti putaran jarum jam, yaitu:
 - i. Jika arah rotasi diputar searah jarum jam maka besar sudut rotasi negatif ($-\alpha$)
 - ii. Jika arah rotasi diputar berlawanan jarum jam maka besar sudut rotasi positif (α)

Rotasi dinotasikan dengan $R(P, \alpha)$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.

3. Jenis-jenis rotasi :
 - Rotasi terhadap Titik Pusat $O(0,0)$
 - Rotasi terhadap Titik Pusat (a, b)

Pusat rotasi (putaran) bisa di titik $O(0,0)$ dan $P(a, b)$. Besar sudut rotasi (putaran) dalam satuan derajat. Arah sudut putaran mengikuti putaran jarum jam, yaitu:

- i. Jika **arah rotasi** diputar **searah jarum jam** maka besar sudut rotasi negatif ($-\alpha$)
- ii. Jika **arah rotasi** diputar **berlawanan jarum jam** maka besar sudut rotasi positif (α)

Rotasi dinotasikan dengan $R(P, \alpha)$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.

Hal khusus, jika dalam soal tidak disebutkan permintaannya putaran berarti arah putaran berlawanan arah jarum jam.

D. Latihan Soal

Untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep teman-teman terhadap materi rotasi kerjakan soal latihan berikut:

1. Tentukan hasil rotasi setiap titik koordinat berikut dan gambarkan juga hasil dari geogebra.
 - a. Titik $A(2, -1)$ sebesar 90° terhadap titik pusat $(0,0)$.
 - b. Titik $B(-1,4)$ sebesar 270° terhadap titik pusat $(2,1)$.
2. Tentukan bayangan titik $R(4,10)$ pada putaran dengan pusat O dan sudut putar 45° ! Gambarkan juga hasil geogebra.

E. Penilaian

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang teman-teman ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah teman-teman memahami pengertian rotasi ?		
2.	Apakah teman-teman dapat menentukan rotasi titik terhadap pusat $(0,0)$?		
3.	Apakah teman-teman dapat menentukan rotasi titik terhadap pusat (a, b) ?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pada kegiatan pembelajaran 3, Bila semua jawaban "Ya", maka teman-teman dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya atau pembelajaran 4.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4

DILATASI (PERKALIAN)

A. Tujuan Pembelajaran

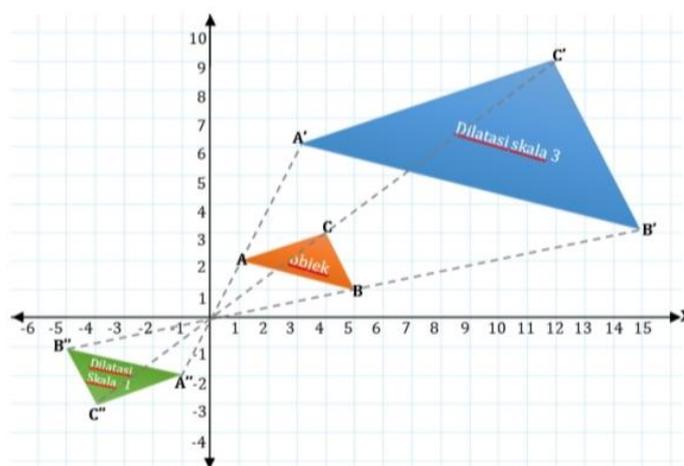
Teman-teman setelah kegiatan pembelajaran ini teman-temandiharapkan dapat :

1. Memahami pengertian dilatasi
2. Menentukan dilatasi titik pada pusat $(0, 0)$
3. Menentukan dilatasi titik pada pusat (a, b)

B. Uraian Materi

Pengertian Dilatasi

Pernahkan teman-teman mencetak foto atau pasfoto? Biasanya ketika mencetak pasfoto kita diminta menyebutkan ukuran seperti 2×3 , 3×4 ataupun 4×6 . Mencetak pasfoto dalam berbagai ukuran yaitu memperbesar atau memperkecil merupakan salah satu ilustrasi dilatasi dalam kehidupan sehari-hari. Teman-teman, untuk lebih memahami apa itu dilatasi, coba amati gambar 38 berikut. Apa yang dapat teman-teman ceritakan mengenai transformasi segitiga ABC ? Bagaimana transformasi yang terjadi?

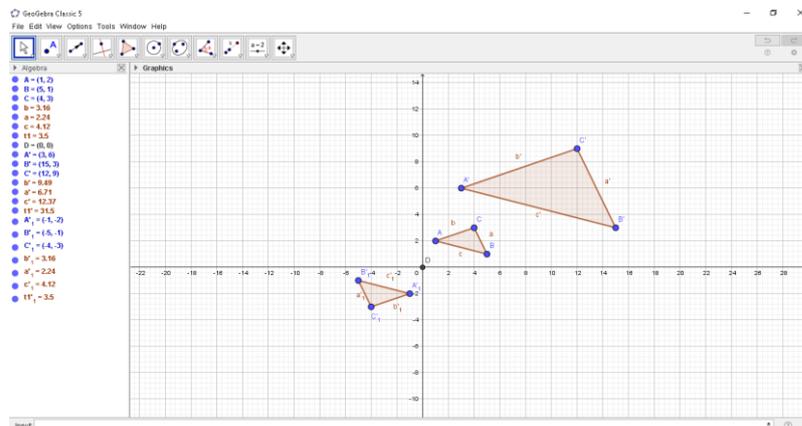


Gambar 38. Dilatasi segitiga ABC pada pusat $(0,0)$

Sumber. Modul Matematika Umum kelas XI KD 3.5

Teman-teman, jika kita amati segitiga ABC pada gambar 38, segitiga ABC akan semakin besar dengan perteman-teman skala 3. Kemudian, jarak OA' adalah tiga kali jarak OA , jarak OB' adalah tiga kali jarak OB , jarak OC' adalah tiga kali jarak OC . Tetapi ketika

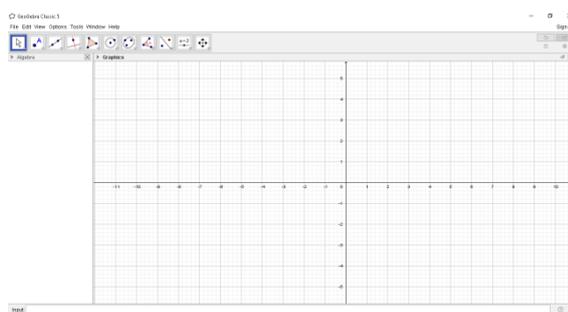
segitiga ABC dikalikan dengan faktor skala -1 menghasilkan besar dan ukuran yang sama tetapi mempunyai arah yang berlawanan. Perhatikan juga jarak OA'' sama dengan jarak OA , jarak OB'' sama dengan jarak OB , dan jarak OC'' sama dengan jarak OC . Berdasarkan uraian diatas, mari kita ilustrasikan ke dalam sebuah GeoGebra dengan langkah-langkah tersebut.



Gambar 39. Segitiga ABC dilatasi dengan skala 3 dan -1

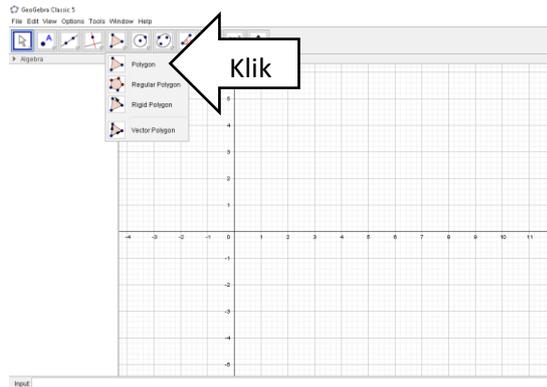
Dari gambar di atas pada GeoGebra langkah-langkah:

1. Pastikan teman-teman sudah install aplikasi GeoGebra sebelumnya. Jika teman-teman sudah mempunyai aplikasi GeoGebra maka silahkan teman-teman buka terlebih dahulu. Caranya klik kanan pada ikon GeoGebra lalu klik “open” atau juga bisa langsung *double* klik pada ikon GeoGebra. Adapun tampilan awal dari aplikasi GeoGebra seperti pada gambar 40 berikut:

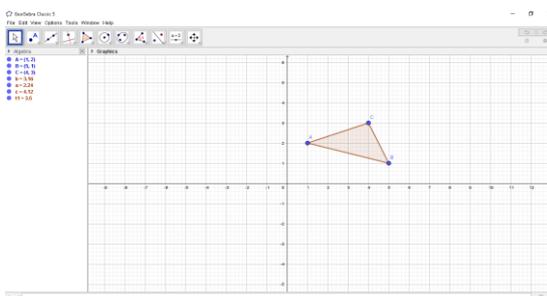


Gambar 40. Tampilan awal GeoGebra

2. Pertama yaitu membuat segitiga ABC dengan tool *polygon*  seperti pada gambar 41. Untuk hasil segitiga ABC dapat dilihat pada gambar 42.



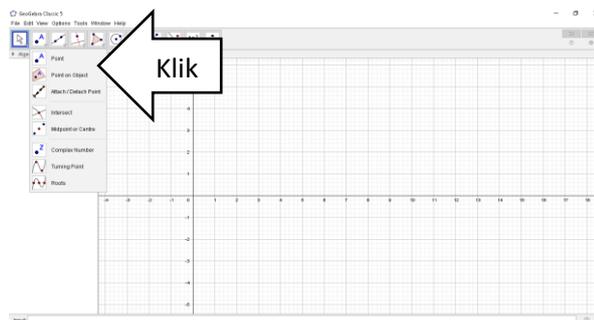
Gambar 41. Pilih *tool polygon*



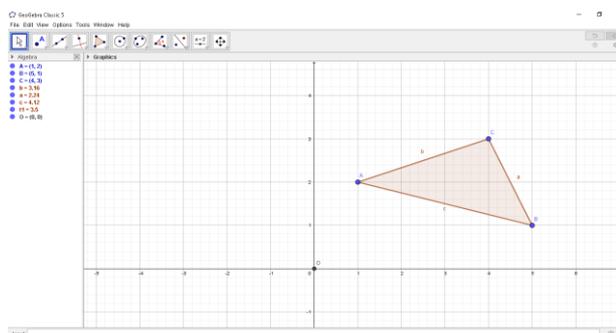
Gambar 42. Segitiga ABC

3. Selanjutnya silahkan teman-teman membuat titik $(0,0)$ sebagai titik pusat dengan

tool point  **Point** seperti gambar 43. Dimana nanti akan ditandai dengan huruf O dapat dilihat pada gambar 44.

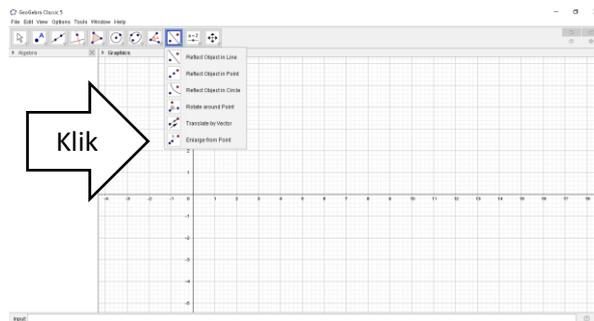


Gambar 43. Pilih *tool point*



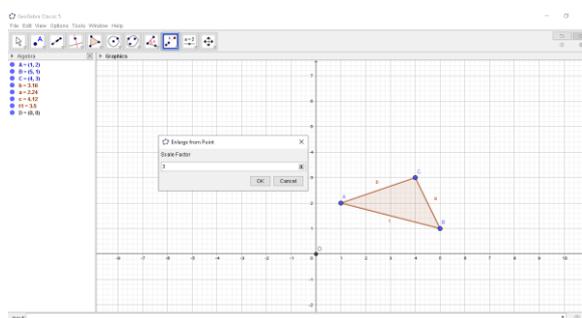
Gambar 44. Titik pusat $O(0,0)$

4. Klik *tool Enlarge from point*  *Dilate from Point* seperti pada gambar 45.

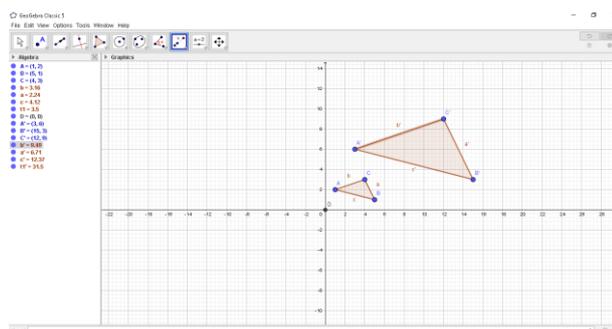


Gambar 45. Pilih *tool Enlarge from point*

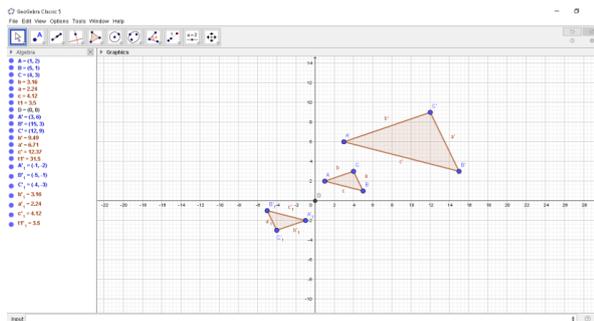
Setelah teman-teman klik *tool Enlarge from point*. Langkah selanjutnya silahkan teman-teman klik segitiga ABC yang akan dilatasi lalu klik titik pusat yaitu titik O . Setelah itu, nanti akan muncul kotak *scale factor* seperti pada gambar 46. Silahkan teman-teman isi *scale factor*-nya dengan 3 (positif) akan menghasilkan seperti pada gambar 47 dan -1 (negatif) seperti pada gambar 48. Lalu klik OK.



Gambar 46. Tampilan *scale factor*



Gambar 47. Dilatasi oleh titik pusat $(0,0)$ dengan *scale factor* 3



Gambar 48. Dilatasi oleh titik pusat (0,0) dengan *scale factor* - 1

5. Segitiga ABC akan semakin besar dengan perteman-temanskala 3. Tetapi ketika segitiga ABC dikalikan dengan faktor skala -1 menghasilkan besar dan ukuran yang sama tetapi mempunyai arah yang berlawanan.

Berdasarkan uraian tersebut, dapat disimpulkan :

DILATASI

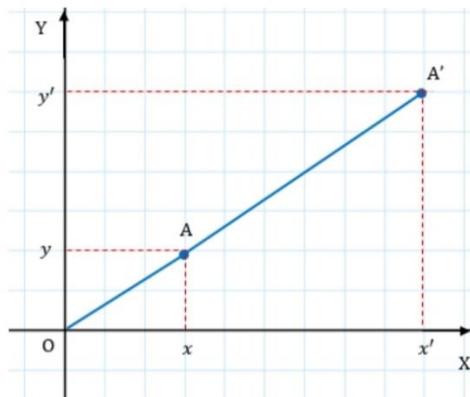
Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi

Bangun yang diperbesar atau diperkecil (dilatasi) dengan skala k dapat mengubah ukuran atau tetap ukurannya tetapi tidak mengubah bentuk.

- Jika $k > 1$ maka bangun akan diperbesar dan terletak searah terhadap sudut dilatasi dengan bangun semula
- Jika $k = 1$ maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak
- Jika $0 < k < 1$ maka bangun akan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $-1 < k < 0$ maka bangun akan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula
- Jika $k = -1$ maka bangun tidak akan mengalami perubahan bentuk dan ukuran dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $k < -1$ maka bangun akan diperbesar dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.

Bagaimana dengan dilatasi terhadap Titik Pusat (0, 0)?

Bentuk dilatasi terhadap titik pusat $O(0, 0)$ dapat diamati pada gambar 49. Titik $A(x, y)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $O(0, 0)$ menghasilkan titik $A'(x', y')$.



Gambar 49. dilatasi terhadap titik pusat $O(0, 0)$

Dilatasi titik A pada gambar 49 dapat dituliskan sebagai berikut :

$$A(\dots, \dots) \xrightarrow{D_{\{\dots\}}} A'(\dots, \dots)$$

Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $O(0, 0)$ menghasilkan bayangan titik (x', y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Teman-teman, untuk lebih memahami konsep dilatasi terhadap titik pusat $O(0,0)$ mari kita simak contoh soal berikut

Contoh Soal 1

Tentukan bayangan titik $A(2,4)$ setelah dilatasikan terhadap pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 3! Gambarkan juga hasil dari geogebra

Pembahasan :

titik $A(2,4)$ akan dilatasikan oleh $D_{\{0,3\}}$ dapat ditulis :

$$A(2,4) \xrightarrow{D_{\{0,3\}}} A'(x', y')$$

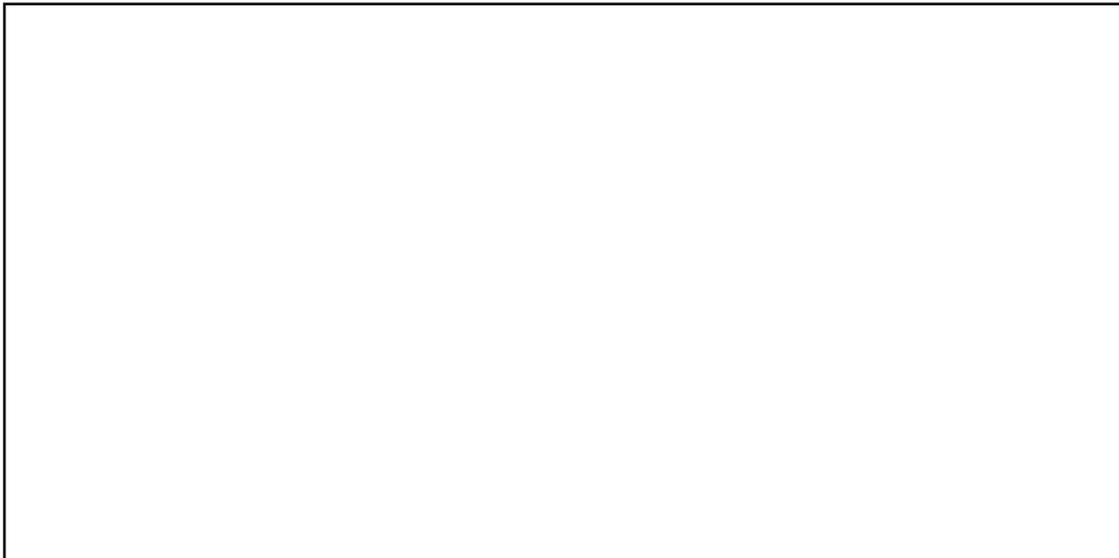
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah dilatasi oleh $D_{\{0,3\}}$ adalah $A'(6,12)$

Dengan menggunakan langkah-langkah yang sudah ada tersebut, silahkan teman-teman gambarkan hasil jawaban dengan menggunakan GeoGebra di bawah ini!



Bagaimana dengan dilatasi terhadap Titik Pusat $P(a, b)$? Silahkan di buktikan.

C. Rangkuman

1. Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi
2. Dilatasi dinotasikan sebagai $D(P, k)$ dimana P merupakan pusat dilatasi dan k merupakan faktor skala.
3. Jenis-jenis Dilatasi :
 - Dilatasi terhadap Titik Pusat $(0, 0)$
 - Dilatasi terhadap Titik Pusat $P(a, b)$

D. Soal Latihan

Untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep teman-teman terhadap dilatasi kerjakan soal latihan berikut:

1. Titik $A(-2, -5)$ dilatasi dengan faktor skala -2 terhadap pusat $O(0,0)$ hasil dilatasi titik A adalah? Gambarkan juga hasil dari geogebra.
2. Titik $A(2, -3)$ dilatasi dengan faktor skala 3 terhadap pusat $(1, -2)$ hasil dilatasi titik A adalah? Gambarkan juga hasil dari geogebra.

E. Penilaian

Teman-teman, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang teman-teman ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	ya	Tidak
1.	Apakah teman-teman memahami pengertian dilatasi ?		
2.	Apakah teman-teman dapat menentukan dilatasi titik terhadap pusat $(0,0)$?		
3.	Apakah teman-teman dapat menentukan dilatasi titik terhadap pusat (a, b) ?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pada kegiatan pembelajaran 4, Bila semua jawaban "Ya", maka teman-teman dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya atau pembelajaran 5.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 5

KOMPOSISI TRANSFORMASI

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan ini diharapkan dapat :

1. Memahami pengertian komposisi transformasi
2. Menentukan komposisi transformasi pada titik
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri

B. Uraian Materi

Komposisi Transformasi

Pada kegiatan pembelajaran sebelumnya kita sudah mempelajari beberapa macam transformasi geometri seperti translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi. Pernahkan teman-temanberpikir bagaimana bayangan sebuah titik jika ditransformasikan lebih dari sekali? Misalnya sebuah titik direfleksikan terhadap sumbu X kemudian dirotasikan sejauh 90° berlawanan arah jarum jam. Untuk mencari bayangan titik tersebut kita bisa menggunakan komposisi transformasi. Komposisi transformasi adalah transformasi majemuk yang memuat lebih dari satu transformasi yang dilakukan secara berurutan.

Diketahui T_1 merupakan transformasi yang memetakan titik $A(x, y)$ ke titik $A'(x', y')$ dan T_2 merupakan transformasi yang memetakan titik $A'(x', y')$ ke titik $A''(x'', y'')$. Transformasi yang memetakan titik $A(x, y)$ ke titik $A''(x'', y'')$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$A(x, y) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} A''(x'', y'')$$

Bentuk $T_2 \circ T_1$ disebut komposisi transformasi dan dibaca “ T_2 komposisi T_1 ” artinya transformasi T_1 dilanjutkan oleh transformasi T_2 dan dapat dituliskan sebagai berikut :

$$A(x, y) \xrightarrow{T_1} A'(x', y') \xrightarrow{T_2} A''(x'', y'')$$



Catatan

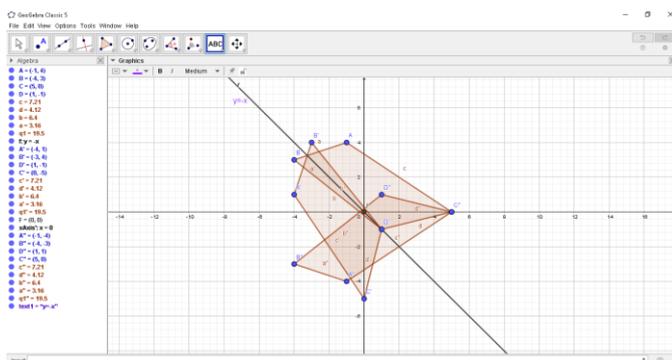
Komposisi transformasi bisa berupa komposisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, komposisi dilatasi, komposisi matriks tertentu atau komposisi dari translasi, refleksi, rotasi, dilatasi dan matriks tertentu.

Teman-teman, untuk lebih memahami komposisi transformasi, mari kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal 1

Diketahui segi empat $ABCD$ dengan $A(-1, 4)$, $B(-4, 3)$, $C(5, 0)$ dan $D(1, -1)$. Bayangan segi empat tersebut setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$, kemudian diputar 90° dengan pusat $O(0, 0)$ adalah?

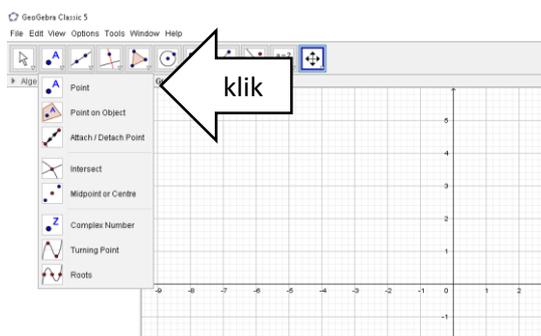
Dari contoh soal 1 tersebut mari kita bawa menggunakan GeoGebra! Teman-teman dapat mencoba dengan langkah-langkah yang ada.



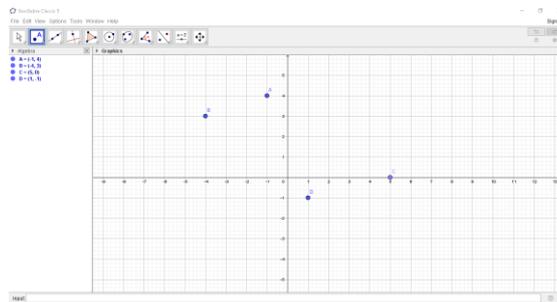
Gambar 51. Komposisi transformasi

Langkah-langkah dalam penggunaan GeoGebra dengan materi komposisi transformasi:

1. Klik *Tool Point*  **Point** seperti pada gambar 52. Kemudian buat titik sudut dari segiempat ABCD sesuai dengan contoh soal 1 pada gambar 53 .

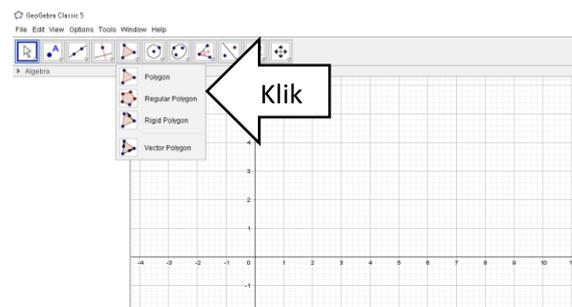


Gambar 52. pilih *tool point*

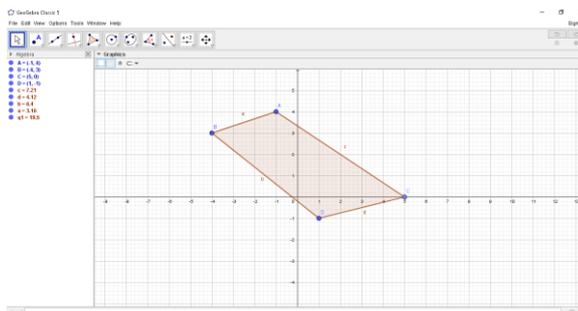


Gambar 53. Titik A,B,C, dan D

2. Dari keempat titik tersebut silahkan dihubungkan dengan sebuah garis hingga membentuk segi empat dengan menggunakan *tool Polygon*  seperti pada gambar 54. Untuk hasilnya dapat dilihat pada gambar 55.



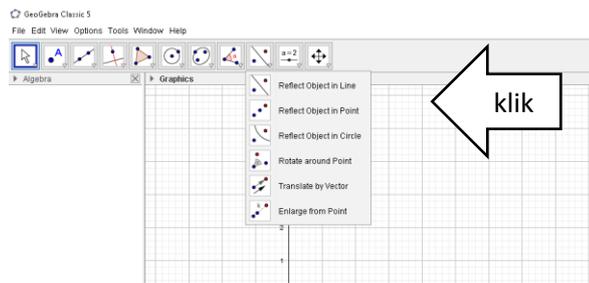
Gambar 54. Pilih *tool polygon*



Gambar 55. Segi empat ABCD

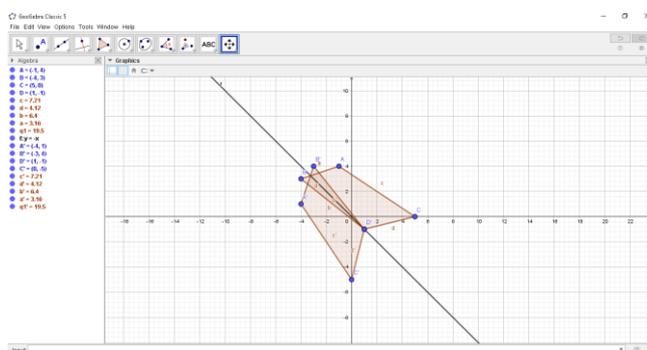
3. Langkah selanjutnya kita membuat garis $y = -x$ dengan cara tulis pada input bagian bawah.
 4. Selanjutnya segi empat ABCD tersebut kita refleksikan terhadap garis $y = -x$

dengan *tool reflect about line*  lihat pada gambar 56.



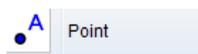
Gambar 56. Pilih tool *Reflect object in line*

Setelah teman-teman klik pada *tool reflect object in line*, selanjutnya teman-teman bisa klik tepat di segi empat ABCD lalu klik sumbu $y = -x$ maka secara otomatis akan muncul hasil dari refleksi seperti pada gambar 57.

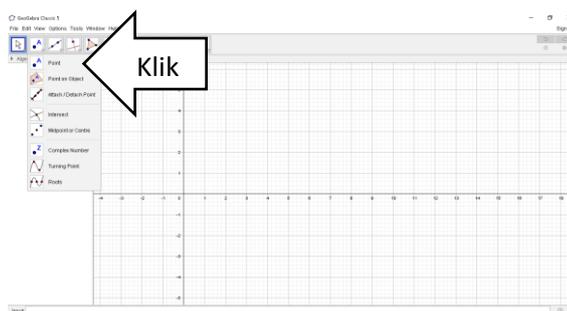


Gambar 57. hasil dari komposisi transformasi refleksi

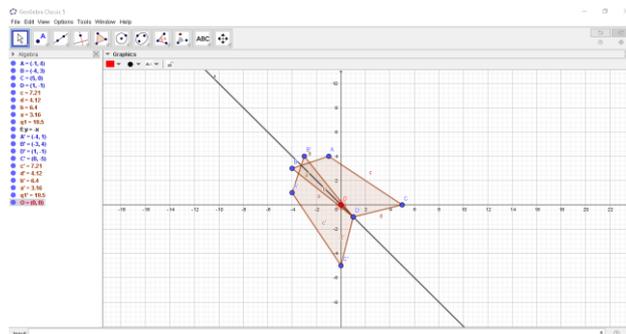
4. Setelah direfleksikan kita lanjut untuk merotasikan dengan perputaran 90° pada titik pusat $(0,0)$. Sebelum kita merotasikan, kita buat titik pusat dengan *tool point*



tepat di titik $(0,0)$ dapat dilihat pada gambar 58. Untuk hasilnya dapat dilihat pada gambar 59.

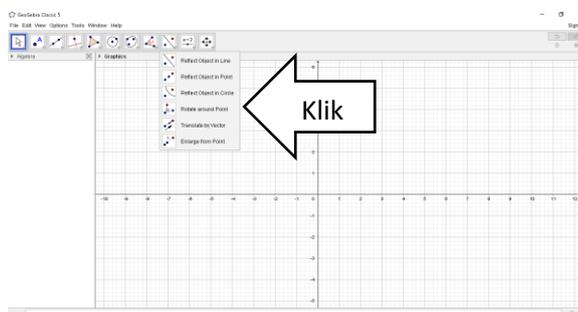


Gambar 58. Pilih *tool point*



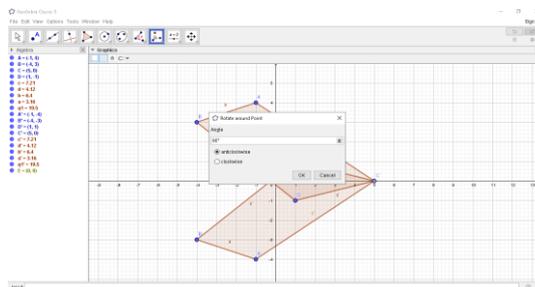
Gambar 59. Titik $O(0,0)$

5. Selanjutnya, kita pilih *tool rotate around point*  **Rotate around Point** lihat gambar 60, dengan cara klik segiempat ABCD yang akan dirotasikan terhadap titik pusat $(0,0)$.

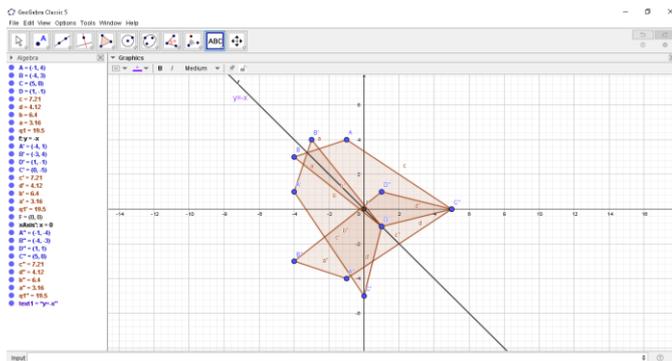


Gambar 60. Pilih *tool rotate around point*

6. Setelah teman-teman klik *tool rotate around point*, maka akan muncul kotak seperti pada gambar 61. Silahkan teman-teman isi *angel* yang akan kita butuhkan. Sesuai dengan contoh soal 1 maka teman-teman isi yaitu 90° , lalu klik OK. Maka secara otomatis akan muncul hasil dari merotasikan tersebut seperti pada gambar 62.



Gambar 61. *Rotate around point*



Gambar 62. Hasil dari contoh soa 1

Setelah kita menggunakan GeoGebra, kita dapat mencoba dengan cara manual.

Pembahasan :

Transformasi geometri yang dialami segi 4 ke titik $ABCD$ adalah sebagai berikut :

$$(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} (x', y') \xrightarrow{R_{[0,90^\circ]}} (x'', y'')$$

Bentuk matriks untuk Refleksi $M_{y=-x}$ adalah $T_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Bentuk matriks untuk Rotasi $R_{[0,90^\circ]}$ adalah $T_2 = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Langkah selanjutnya kita cari komposisi matriks transformasinya sebagai berikut

$$\begin{aligned} T_2 \circ T_1 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Selanjutnya kita cari persamaan transformasinya sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

➤ Bayangan titik $A(-1,4)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A''(-1, -4)$

➤ Bayangan titik $B(-4,3)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik B adalah $B''(-4, -3)$

➤ Bayangan titik $C(5,0)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik C adalah $C''(5,0)$

➤ Bayangan titik $D(1, -1)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik D adalah $D''(1,1)$

C. Rangkuman

1. Komposisi transformasi bisa berupa komposisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, komposisi dilatasi, komposisi matriks tertentu atau komposisi dari translasi, refleksi, rotasi, dilatasi dan matriks tertentu.
2. Komposisi transformasi $T_2 \circ T_1$ artinya transformasi terhadap T_1 dilanjutkan T_2 dan dapat dituliskan sebagai berikut :

$$A(x, y) \xrightarrow{T_1} A'(x', y') \xrightarrow{T_2} A''(x'', y'')$$

D. Latihan Soal

Teman-teman, untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep teman-teman terhadap materi komposisi transformasi kerjakan soal latihan berikut:

1. Jika suatu translasi $(5,6)$ dilanjutkan (a, b) menghasilkan $(-2,8)$. Maka, tentukan nilai dari a dan b . Gambarkan hasil dari GeoGebra!
2. Titik $T(1,3)$ ditranslasikan dengan $(a, 5)$ dan diteruskan dengan $(2, b)$. jika bayangannya $T'(4,5)$. Tentukan nilai dari a dan b dan gambarkan hasil dari GeoGebra!
3. Titik $B(-2,6)$ dirotasikan -90° dengan pusat $O(0,0)$ dilanjutkan dengan translasi (a, b) sehingga memperoleh bayangan $B'(6, -2)$. Maka tentukan nilai dari a, b dan gambarlah hasil dari GeoGebra!

E. Penilaian Diri

Teman-teman, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang teman-temanketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah teman-teman memahami pengertian komposisi transformasi?		
2.	Apakah teman-teman dapat menentukan komposisi transformasi pada titik?		
3.	Apakah teman-teman dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri ?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pada kegiatan pembelajaran 5,

Bila semua jawaban "Ya", maka teman-teman dapat melanjutkan ke evaluasi.

EVALUASI

1. Bayangan titik $(3, -7)$ oleh translasi $T = (4, 2)$ adalah ...
 - a. $(5, -3)$
 - b. $(-1, -9)$
 - c. $(7, -5)$
 - d. $(1, 9)$
 - e. $(12, -14)$

2. Jika $P'(2, -4)$ adalah bayangan titik $P(3, 5)$ oleh translasi T , maka translasi T adalah ...
 - a. $\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$
 - b. $\begin{pmatrix} 1 \\ -9 \end{pmatrix}$
 - c. $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$
 - d. $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - e. $\begin{pmatrix} -1 \\ -9 \end{pmatrix}$

3. Titik $M(-2, 6)$ direfleksikan terhadap garis $x = 3$ bayangan titik M adalah ...
 - a. $(4, 6)$
 - b. $(-4, 6)$
 - c. $(-8, 6)$
 - d. $(6, 6)$
 - e. $(8, 6)$

4. Bayangan titik $P(a, b)$ setelah dicerminkan terhadap garis $y = -5$ menjadi $P'(6, -5)$ Nilai $b - a = \dots$
 - a. 11
 - b. 8
 - c. 4
 - d. -4
 - e. -11

5. Titik $R(5, -3)$ dirotasikan oleh $[0, 180^\circ]$. Bayangan titik R adalah ...
 - a. $(-5, 3)$
 - b. $(3, -5)$
 - c. $(-3, 5)$

- d. $(-5, -3)$
 e. $(-3, -5)$
6. Segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(2, -1)$, $B(6, -2)$ dan $C(5, 2)$ dirotasi sejauh 180° dengan pusat $(3, 1)$. Bayangan koordinat titik sudut segitiga ABC adalah ...
- a. $A(4, 3), B(0, 4), C(1, 0)$
 b. $A(3, 4), B(4, 0), C(0, 1)$
 c. $A(-4, 3), B(0, -4), C(-1, 0)$
 d. $A(-4, -3), B(0, -4), C(-1, 0)$
 e. $A(-4, -3), B(0, 4), C(1, 1)$
7. Setelah dilatasi $[O, -3]$, bayangan titik $S(5, -2)$ adalah
- a. $(6, 15)$
 b. $(6, -15)$
 c. $(-15, 6)$
 d. $(12, -5)$
 e. $(-5, 12)$
8. Jika titik $A(2, -6)$ didilatasikan pada titik pusat dilatasi $O(0, 0)$ dengan faktor dilatasi $k = 2$, maka koordinat bayangannya adalah. . .
- a. $A'(-4, -12)$
 b. $A'(-2, -6)$
 c. $A'(-4, 12)$
 d. $A'(4, -12)$
 e. $A'(1, -3)$
9. T_1 adalah transformasi rotasi dengan pusat O dan sudut putar 90° . T_2 adalah transformasi pencerminan terhadap garis $y = -x$. Bila koordinat peta titik A oleh transformasi $T_1 \circ T_2$ adalah $A'(8, -6)$, maka koordinat titik A adalah ...
- a. $(-6, -8)$
 b. $(-6, 8)$
 c. $(6, 8)$
 d. $(8, 6)$
 e. $(10, 8)$
10. Transformasi $\begin{pmatrix} a & a+1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ yang dilanjutkan dengan transformasi $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ terhadap titik $A(2, 3)$ dan $B(4, 1)$ menghasilkan bayangan $A'(22, -1)$ dan

$B'(24, -17)$. Oleh komposisi transformasi yang sama, bayangan titik C adalah $C'(70, 35)$. Koordinat titik C adalah ...

- a. $(2, 15)$
- b. $(2, -15)$
- c. $(-2, 15)$
- d. $(15, -2)$
- e. $(15, 2)$

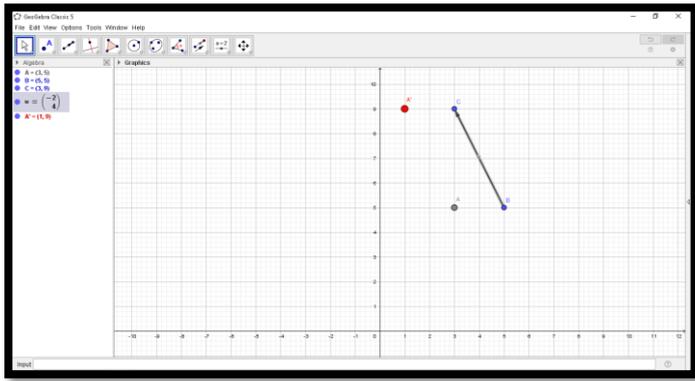
SELAMAT MENGERJAKAN !!

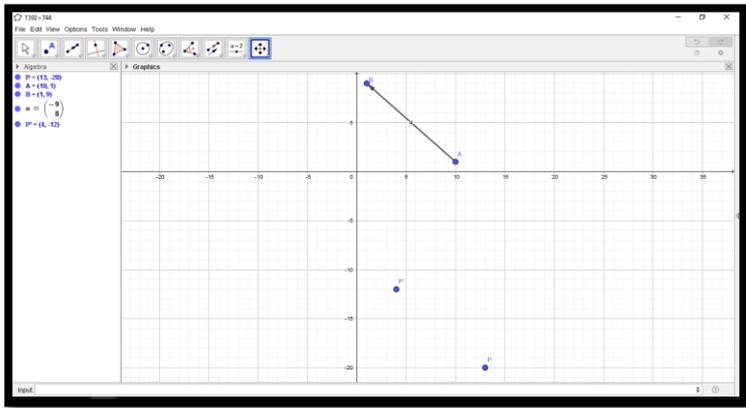
“Kesuksesan bukanlah akhir, dan kegagalan juga bukan hal yang fatal. Hal tersebut merupakan keberanian untuk melanjutkan apa yang penting.”

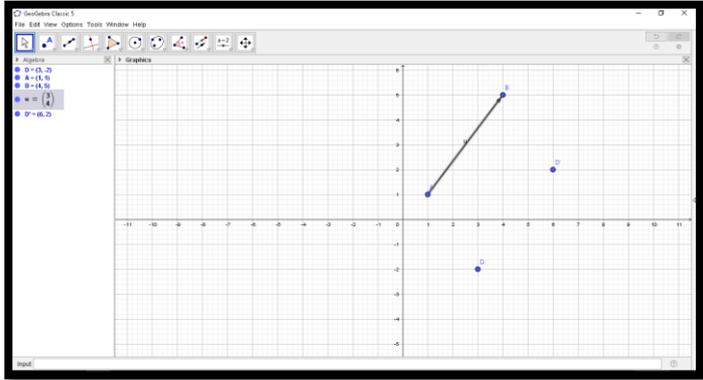
– *Winston Churchill*

KUNCI JAWABAN PEMBELAJARAN 1

TRANSLASI

No	Pembahasan	Skor
1.	<p>Koordinat titik $A(3,5)$ akan ditranslasikan oleh</p> $T \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + (-2) \\ 5 + 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ <p>Jadi bayangan dari titik $A' = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$</p> <p>Berikut ketika menggunakan aplikasi geogebra!</p> 	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>5</p>
2.	<p>Diketahui titik $P' (4, -12)$ dan translasi $T = \begin{pmatrix} -9 \\ 8 \end{pmatrix}$</p> <p>Untuk mencari koordinat titik P kita gunakan konsep translasi:</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p>

	$\begin{pmatrix} 4 + 9 \\ -12 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 13 \\ -20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ <p>Jadi koordinat titik P yaitu $P = \begin{pmatrix} 13 \\ -20 \end{pmatrix}$</p> <p>Berikut hasil dari menggunakan GeoGebra</p> 	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p>
<p>3.</p>	<p>Diketahui :</p> $C(-4, 2) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} C'(-1, 6)$ $\text{Titik } D(3, -2) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} D'(x', y')$ <p>Langkah pertama kita cari dulu translasi $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dari pemetaan titik $C(-4, 2)$ ke $C'(-1, 6)$ sebagai berikut:</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 - (-4) \\ 6 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 + 4 \\ 6 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ <p>Diperoleh translasi T adalah $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$</p>	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>5</p>

	<p>Selanjutnya kita akan mencari bayangan titik $D(3, -2)$ yaitu $D'(x', y')$ dengan konsep translasi</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + 3 \\ -2 + 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Jadi bayangan dari titik $D' = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$</p> <p>Berikut hasil dari menggunakan aplikasi GeoGebra:</p> 	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>5</p>
Total Skor		100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman, cocokkan jawaban teman-teman dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar teman-teman, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} : \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{jumlah skor keseluruhan}} \times 100\%$$

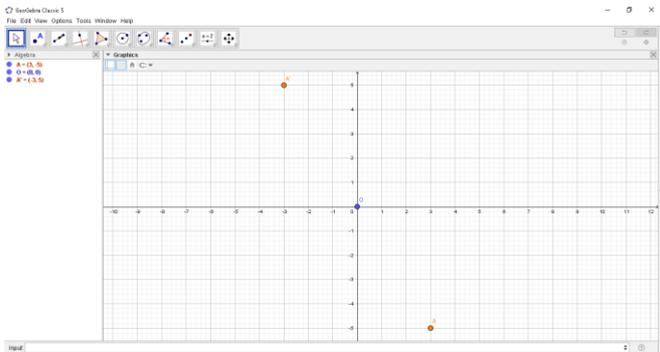
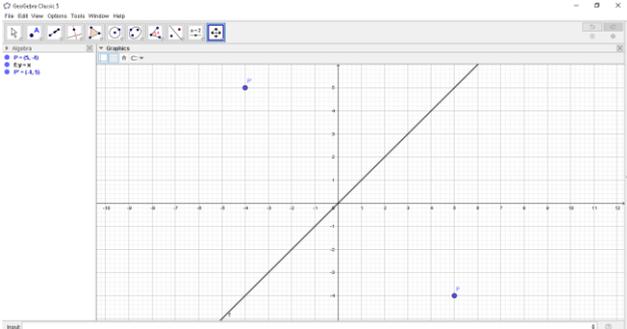
Kriteria :

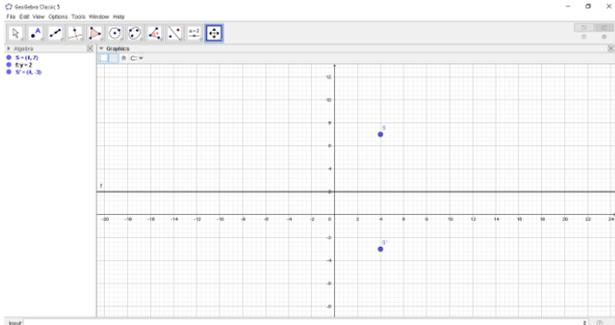
- 90% – 100% = baik sekali
- 80% – 89% = baik
- 70% – 79% = cukup
- < 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan teman-teman cukup atau kurang, maka teman-teman harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

KUNCI JAWABAN PEMBELAJARAN 2

REFLEKSI

No.	Pembahasan	Skor
1.	<p>Titik $A(3, -5)$ dicerminkan titik asal $O(0,0)$</p> $A(3, -5) \xrightarrow{M_{(0,0)}} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ <p>Jadi bayangan titik A adalah $A'(-3,5)$</p> <p>Berikut hasil dari penggunaan GeoGebra:</p> 	<p>10</p> <p>10</p> <p>5</p>
2.	<p>Titik $P(5, -4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$</p> $P(5, -4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ <p>Jadi bayangan titik A adalah $P'(-4,5)$</p> <p>Berikut hasildari penggunaan GeoGebra:</p> 	<p>10</p> <p>10</p> <p>5</p>

3	<p>Titik $S(4,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$</p> $S(4,7) \xrightarrow{M_{y=2}} S'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2.2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 0 \\ -7 + 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ <p>Jadi bayangan titik S adalah $S'(4, -3)$</p> <p>Berikut hasil dari penggunaan GeoGebra:</p> 	10 10 10 10 5
Jumlah Skor		100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman, cocokkan jawaban teman-teman dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar teman-teman, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} : \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{jumlah skor keseluruhan}} \times 100\%$$

Kriteria :

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

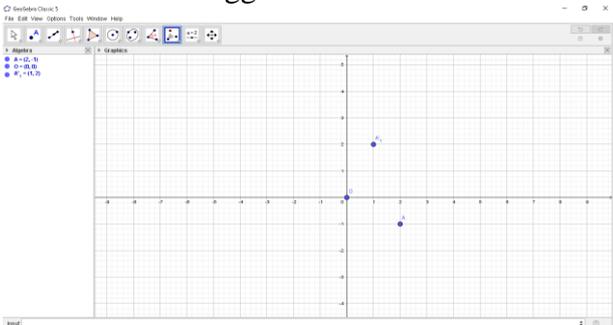
70% – 79% = cukup

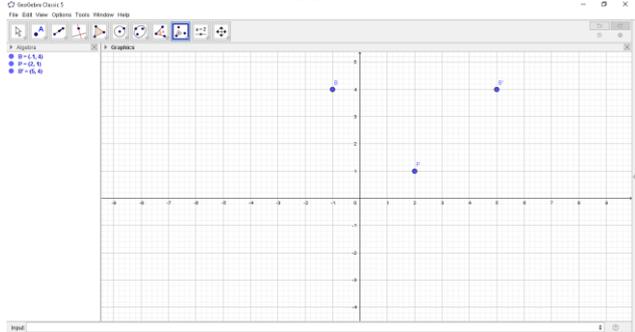
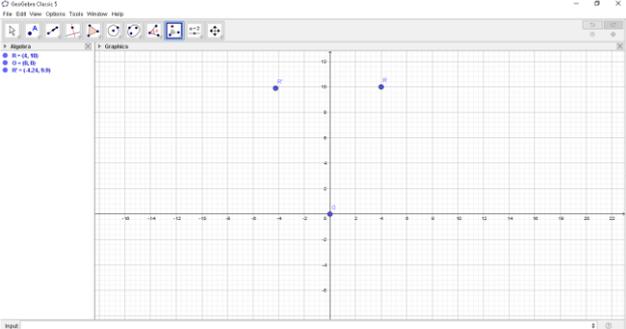
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan teman-teman cukup atau kurang, maka teman-teman harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

KUNCI JAWABAN PEMBELAJARAN 3

ROTASI

No.	Pembahasan	Skor
1.	<p>a). Hasil rotasi titik (x, y) adalah (x', y') dengan :</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Jadi, hasil Rotasi titik A adalah $A'(1,2)$</p> <p>Berikut cara menggunakan GeoGebra:</p> 	<p>5</p>
	<p>b). Hasil rotasi titik (x, y) adalah (x', y') dengan :</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - m \\ y - n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ <p>Jadi, hasil Rotasi titik B adalah $B'(5,4)$</p>	<p>5</p>

	<p>Berikut hasil dari menggunakan GeoGebra:</p> 	
2.	<p>Bentuk transformasi $R(x, y) \rightarrow R'(x', y')$ Matriks transformasi :</p> $A = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$ <p>Sehingga :</p> $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\sqrt{2} \\ 7\sqrt{2} \end{bmatrix}$ <p>Jadi, bayangan titik $R(4,10)$ pada putaran dengan pusat O dan sudut putaran 45° adalah $R'(-3\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$.</p> <p>Berikut hasil dari penggunaan GeoGebra:</p> 	<p>10</p> <p>10</p> <p>20</p> <p>10</p>
Total Skor		100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman, cocokkan jawaban teman-teman dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar teman-teman, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan : } \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{jumlah skor keseluruhan}} \times 100\%$$

Kriteria :

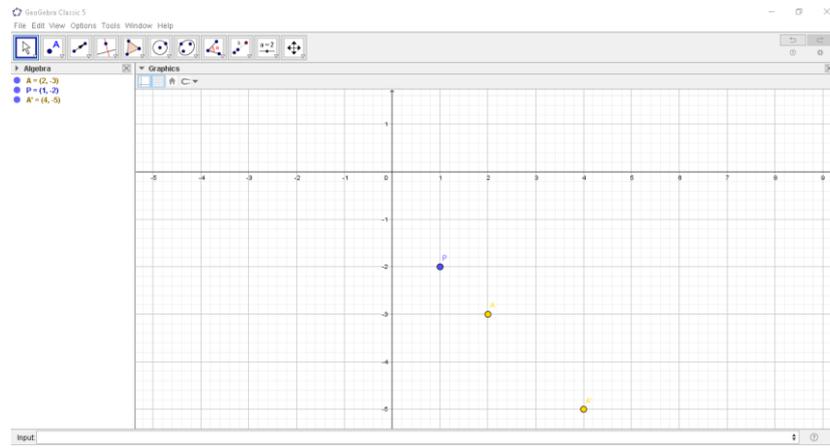
90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan teman-teman cukup atau kurang, maka teman-teman harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

	<p>Berikut hasil dari GeoGebra:</p> 	
Total Skor		100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman, cocokkan jawaban teman-teman dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar teman-teman, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} : \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{jumlah skor keseluruhan}} \times 100\%$$

Kriteria :

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

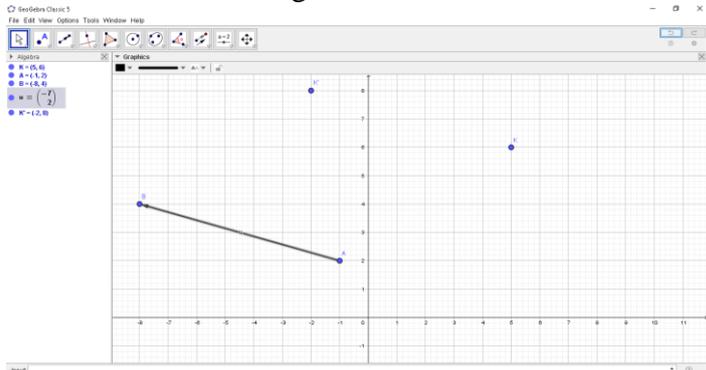
70% – 79% = cukup

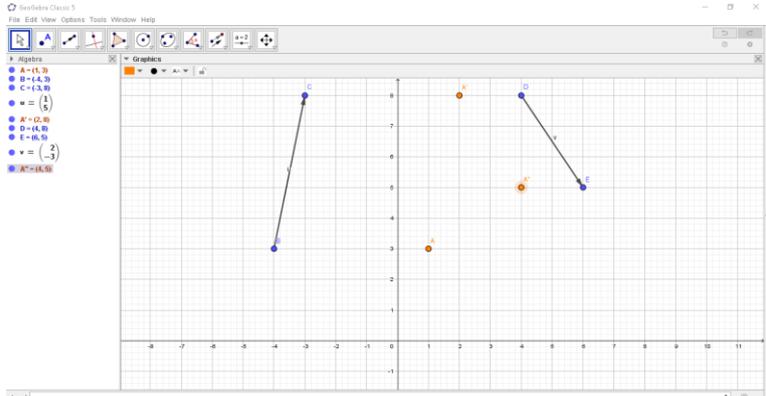
< 70% = kurang

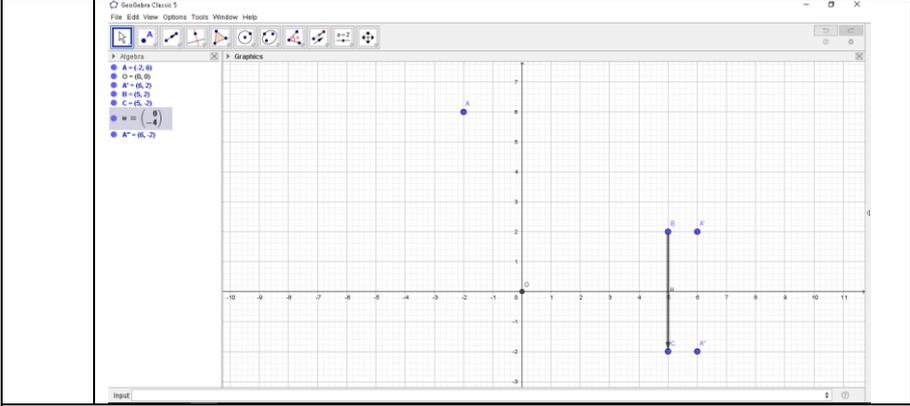
Jika tingkat penguasaan teman-teman cukup atau kurang, maka teman-teman harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

KUNCI JAWABAN PEMBELAJARAN 5

KOMPOSISI TRANSFORMASI

No	Pembahasan	Skor
1.	<p>Pada soal ini diketahui :</p> $T = \begin{bmatrix} 5 + a \\ 6 + b \end{bmatrix}$ $T_2 \circ T_1(x, y) = (-2, 8)$ <p>Cara menentukan nilai a dan b sebagai berikut :</p> $T_2 \circ T_1(x, y) = (-2, 8)$ <p>➤ $5 + a = -2$ $a = -2 - 5$ $a = -7$</p> <p>➤ $6 + b = 8$ $b = 8 - 6$ $b = 2$</p> <p>Jadi, nilai dari $a = -7$ dan nilai dari $b = 2$</p> <p>Berikut hasil dari Geogebra:</p> 	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>6</p> <p>6</p> <p>3</p>
2.	<p>Pada soal ini diketahui :</p> $T = \begin{bmatrix} a + 2 \\ 5 + b \end{bmatrix}$ $T_2 \circ T_1(x, y) = (4, 5)$ <p>Cara menentukan nilai a dan b sebagai berikut :</p> $(x, y) = (1, 3)$ $T_2 \circ T_1(x, y) = (4, 5)$ <p>$a + 2 + x = 4$ $a + 2 + 1 = 4$ $a = 4 - 3$ $a = 1$</p> <p>$5 + b + y = 5$ $5 + b + 3 = 5$ $b = 5 - 8$</p>	<p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> <p>6</p>

	<p>$b = -3$ Jadi, nilai dari $a = 1$ dan nilai dari $b = -3$</p> <p>Berikut hasil dari GeoGebra:</p> 	<p>6</p> <p>3</p>
<p>3.</p>	<p>Diketahui :</p> $x' = x \cos(-90^\circ) - y \sin(-90^\circ)$ $x' = -2 \cos 90^\circ + 6 \sin 90^\circ$ $x' = 0 + 6$ $x' = 6$ $y' = x \sin(-90^\circ) + y \cos(-90^\circ)$ $y' = -2 \sin 90^\circ + 6 \cos 90^\circ$ $y' = 2 + 0$ $y' = 2$ <p>Cara menentukan nilai a dan b sebagai berikut :</p> <p>Jika diketahui $x'' = 6$ maka dapat kita tuliskan sebagai berikut:</p> $6 + a = 6$ $a = 6 - 6$ $a = 0$ <p>Jika diketahui $y'' = -2$ maka dapat kita tuliskan sebagai berikut:</p> $2 + b = -2$ $b = -2 - 2$ $b = -4$ <p>Jadi, nilai dari $a \cdot b = 0 \cdot (-4) = 0$.</p> <p>Berikut tampilan dari GeoGebra:</p>	<p>6</p> <p>6</p> <p>6</p> <p>6</p>

	
Total Skor	100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman, cocokkan jawaban teman-teman dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar teman-teman, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan teman-teman terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} : \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{jumlah skor keseluruhan}} \times 100\%$$

Kriteria :

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

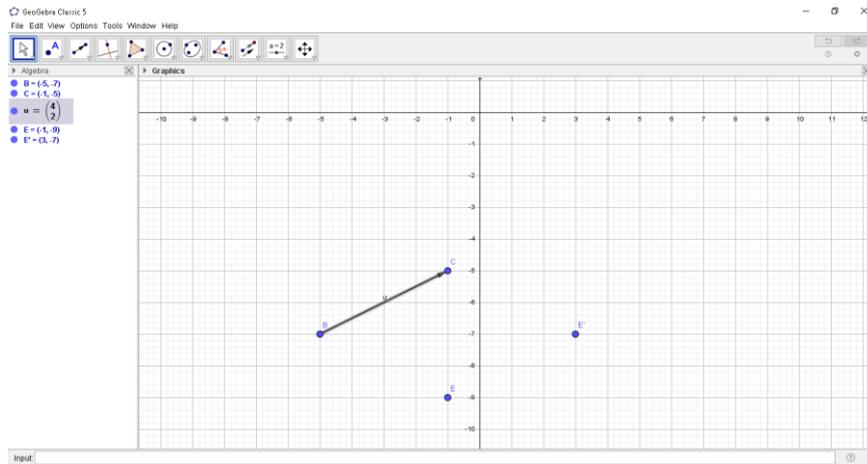
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan teman-teman cukup atau kurang, maka teman-teman harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

KUNCI JAWABAN EVALUASI

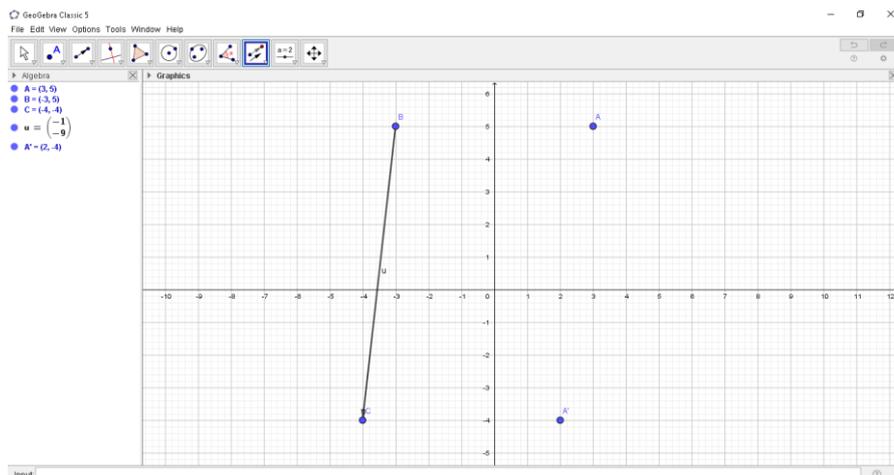
1. B. $(-1,-9)$

Dalam GeoGebra ini, silahkan teman- teman buat titik $E(3, -7)$, lalu buat *vector* $u(4,2)$, dan silahkan teman –teman pilih *tool Translate by Vector* sehingga menghasilkan titik $E'(-1, -9)$.



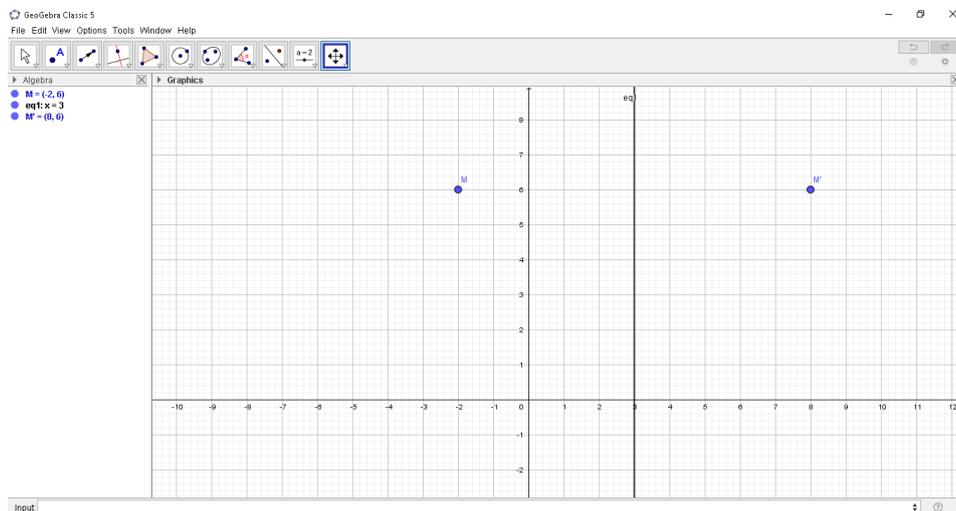
2. E. $\begin{pmatrix} -1 \\ -9 \end{pmatrix}$

Dalam GeoGebra ini, silahkan teman- teman buat titik $P(3,5)$, lalu buat *vector* $u(-1, -9)$, dan silahkan teman –teman pilih *tool Translate by Vector* sehingga memperoleh titik $P'(2, -4)$.



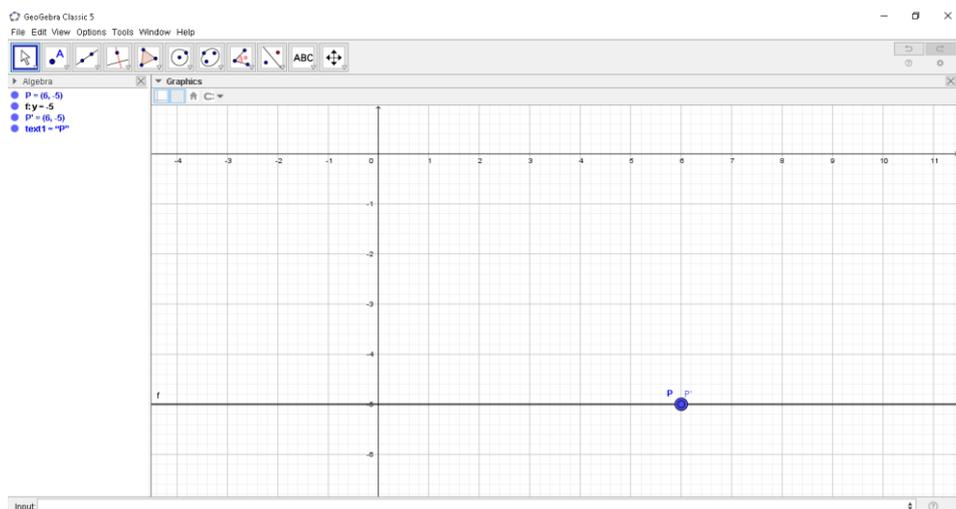
3. E.(8,6)

Dalam GeoGebra ini, silahkan teman-teman buat titik $M(-2,6)$, lalu buat garis $x = 3$ dengan menuliskan di kolom *input*. Setelah itu teman-teman silahkan pilih *Tool Reflect Object in Line* untuk merefleksikan. Sehingga menghasilkan titik $M'(8,6)$.



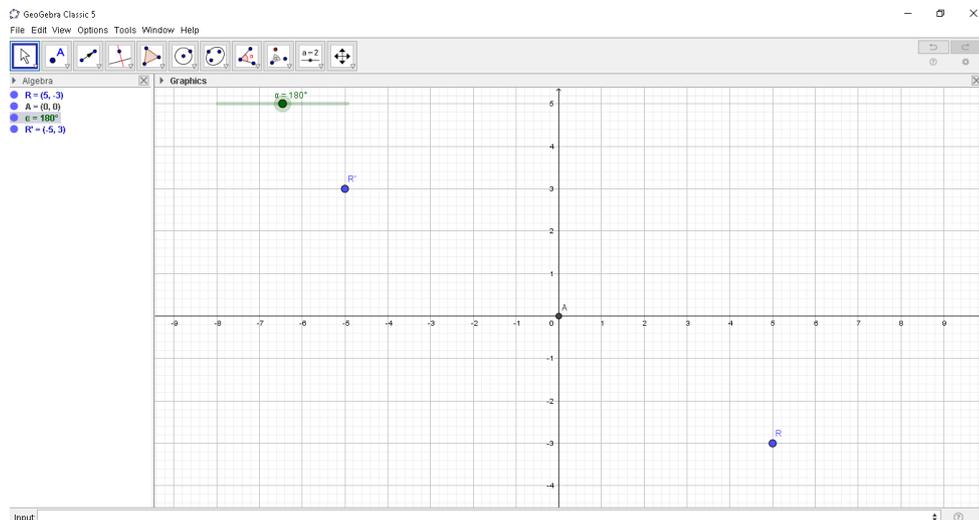
4. E. -11

Dalam GeoGebra ini, silahkan teman-teman buat titik $P(6, -5)$, lalu buat garis $y = -5$ dengan menuliskan di kolom *input*. Setelah itu teman-teman silahkan pilih *Tool Reflect Object in Line* untuk merefleksikan. Sehingga menghasilkan titik $P'(6, -5)$.



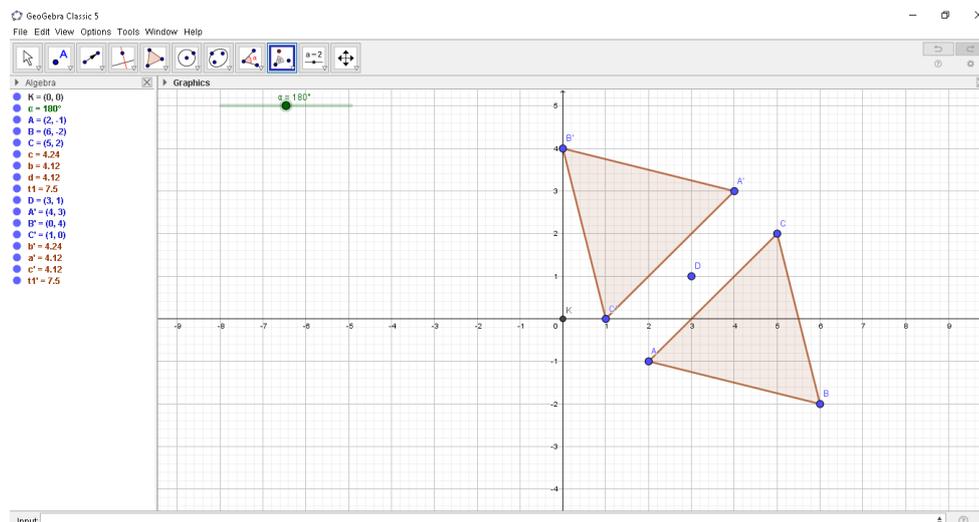
5. A. $(-5,3)$

Dalam GeoGebra tersebut, silahkan buat titik $R(5, -3)$ lalu buat *slider* dengan minimal 0° dan maksimal 360° . Selanjutnya silahkan pilih *tool rotate around point* untuk merotasikan sejauh $[0,180^\circ]$ dan menghasilkan bayangan $R'(-5,3)$.



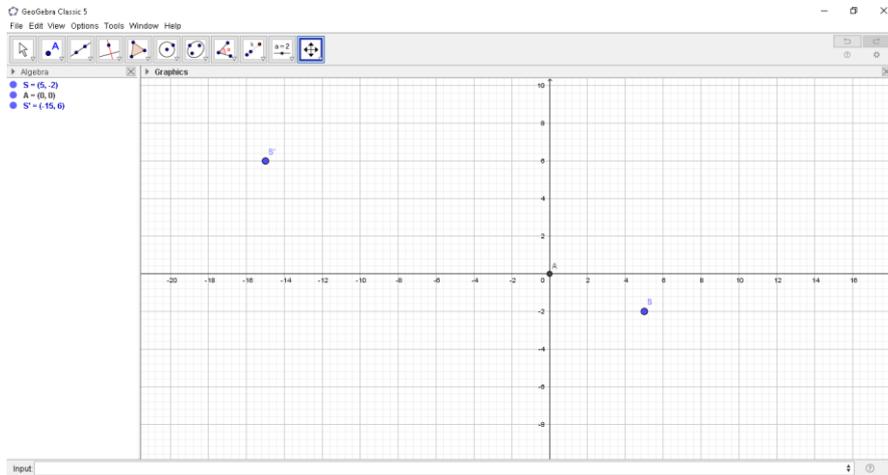
6. A. $A(4, 3), B(0, 4), C(1, 0)$

Dalam GeoGebra ini, segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(2, -1), B(6, -2), C(5, 2)$ yang dirotasikan sejauh 180° dengan pusat $(3, 1)$ menghasilkan bayangan koordinat titik sudut segitiga $A(4, 3), B(0, 4), C(1, 0)$.



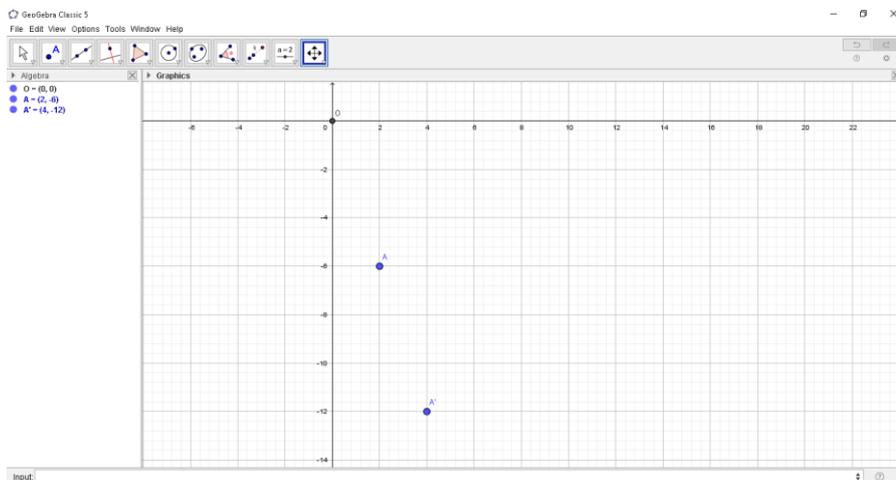
7. C.(-15,6)

Pada gambar GeoGebra tersebut, titik $S(5, -2)$ dilatasi oleh $[0, -3]$ memiliki bayangan titik $S'(-15,6)$.



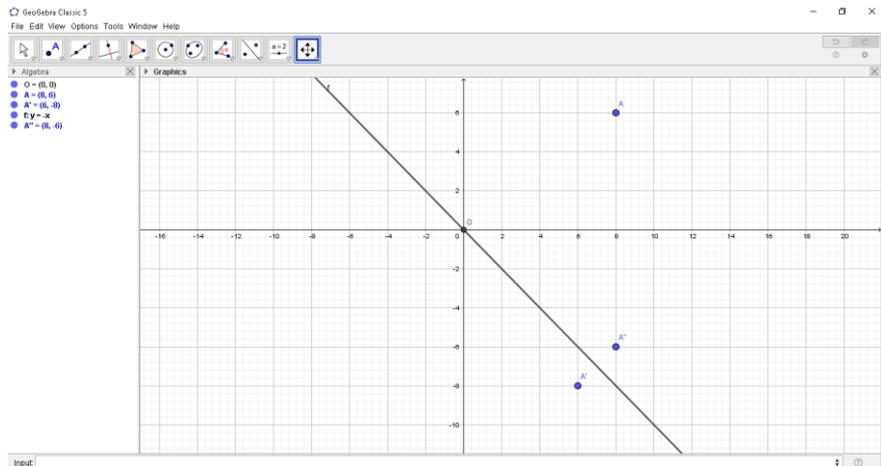
8. D. $A'(4, -12)$

Pada gambar GeoGebra tersebut, titik $A(2, -6)$ yang dilatasi pada titik pusat $O(0,0)$ dengan faktor dilatasi $k = 2$ maka diperoleh hasil bayangannya yaitu $A'(4, -12)$.



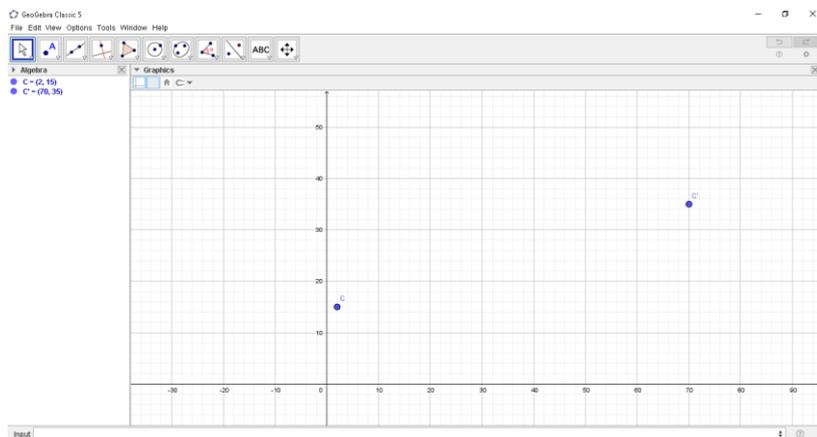
9. D. (8,6)

Pada gambar GeoGebra tersebut, titik $A(8,6)$ ditransformasikan $T_1 \circ T_2$ menghasilkan bayangan titik $A'(8, -6)$.



10. A. (2,15)

Pada Gambar tersebut, titik $C(2,15)$ ditransformasikan dengan komposisi transformasi $\begin{pmatrix} a & a+1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ yang dilanjutkan dengan transformasi $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $C'(70,35)$.



DAFTAR PUSTAKA

- Anonim. 2018. *Transformasi Geometri Menggunakan Aplikasi Geogebra*. Dalam: <http://panduangeogebra.blogspot.com/2018/11/cara-menggunakan-aplikasi-geogebra.html> diakses 14 September 2020
- Cunayah, Cucun dan Etsa Indra Irawan. 2013. *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika untuk SMA/Ma*. Bandung : Yrama Widya
- Defantri. 2015. *Bank Soal dan Pembahasan Matematika Dasar Transformasi Geometri*. Dalam: <https://www.defantri.com/2015/10/matematika-dasar-transformasi-geometri.html> diakses 14 September 2020
- Ginting, Rodeestalita BR. *E-Modul Matematika Kelas XI*. Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Hohenwarter, M dan Judith. 2011. *Introduction to GeoGebra 4*. Tersedia di : www.geogebra.org [5 Februari 2012]
- Mahmudi, A. 2010. *Membelajarkan Geometri dengan Program GeoGebra*. Yogyakarta : UNY
- Manullang, Sudioanto. dkk. 2017. *Matematika SMA/MA Kelas XI*. Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Ngapiningsih.dkk. 2019. *Matematika untuk SMA/MA kelas XI*. Yogyakarta : Intan Pariwara