

**PENGARUH REDAMAN DAN GAYA EKSTERNAL
TERHADAP GERAK PENDULUM**

SKRIPSI



Oleh:

YURIKE ERINA VIZA

NIM : 11321422

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

2015

**PENGARUH REDAMAN DAN GAYA EKSTERNAL
TERHADAP GERAK PENDULUM**

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Ponorogo
Untuk memenuhi salah satu persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana



Oleh:

YURIKE ERINA VIZA

NIM : 11321422

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

2015



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO
(STATUS TERAKREDITASI)
Jl. Budi Utomo No.10 Telp (0352) 481124
Ponorogo 63471**

HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi oleh Yurike Erinaviza, dengan judul PENGARUH REDAMAN DAN GAYA EKSTERNAL TERHADAP GERAK PENDULUM, ini telah diperiksa dan disetujui untuk diuji.

Ponorogo, 20 Agustus 2015

Dr. Julan Hernadi, M.Si.
NIP.19670705 199303 1 003



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO
(STATUS TERAKREDITASI)
Jl. Budi Utomo No.10 Telp (0352) 481124
Ponorogo 63471**

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi oleh **Yurike Erinaviza**, dengan judul “Pengaruh Redaman dan Gaya Eksternal terhadap Gerak Pendulum”, ini telah dipertahankan di depan tim penguji pada tanggal 28 Agustus 2015.

Tim Penguji

Dr. JULAN HERNADI, M.Si
NIP. 19670705 199303 1 003

Ketua

ERIKA EKA SANTI, M.Si
NIK. 19811212 200912 13

Anggota

UKI SUHENDAR, M.Pd
NIK. 19901029 201309 13

Anggota

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Dr. BAMBANG HARMANTO
NIP. 19710823 200501 1 001

UKI SUHENDAR, M.Pd

Anggota

NIK. 19901029 201309 13

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Dr. BAMBANG HARMANTO

NIP. 19710823 200501 1 001

MOTTO

*Belajar dari masa lalu, hidup untuk sekarang dan berencana
untuk hari esok.*

HALAMAN PERSEMBAHAN

Saya persembahkan karya ini untuk:

- *Kedua orang tuaku tercinta, Bapak Herwahyudi dan Ibu Siti Maryam.*
- *Kakakku Rizka Rahmadini, adik-adikku Prilly Vivianita dan Anggri Novasantika.*
- *Setengah Lusin, Irma Listyaningsih, Lilis Suryani, Novi Sulastri, Sudarwati dan Yessy Eva Oktavia.*
- *Teman-teman FKIP Matematika khususnya untuk kelas A.*

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yurike Erinaviza

NIM : 11321422

Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Jurusan : Pendidikan Matematika

Judul Skripsi : Pengaruh Redaman dan Gaya Eksternal terhadap Gerak Pendulum

Menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya.

Selanjutnya, apabila dikemudian hari ada klaim dari pihak lain, bukan menjadi tanggung jawab Dosen Pembimbing dan/atau Pengelola Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo, tetapi menjadi tanggung jawab saya sendiri.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademis.

Ponorogo, Agustus 2015

Yang menyatakan

Yurike Erinaviza

ABSTRAK

Erinaviza, Yurike. 2015. Pengaruh Redaman dan Gaya Eksternal terhadap Gerak Pendulum. Program Studi Pendidikan Matematika. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Muhammadiyah Ponorogo. Pembimbing Dr. Julan Hernadi, M.Si.

Banyak permasalahan dalam bidang fisika yang dapat dimodelkan ke dalam bentuk persamaan diferensial, contohnya gerak pendulum. Gerak pendulum secara umum didefinisikan oleh $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = F(t)$, dengan $\gamma = \frac{k}{m}$ sebagai gaya gesek udara, $\omega_0^2 = \frac{g}{L}$, dan $F(t) = F_0 \cos \omega t$ sebagai gaya eksternal. Pada penelitian ini, pembahasan tentang gerak pendulum bertujuan untuk mengetahui penyelesaian, pola gerak pendulum, pengaruh koefisien redaman dan gaya eksternal terhadap gerak pendulum.

Dalam penelitian ini, dilakukan penurunan model dari keadaan nyata menjadi model matematika. Selanjutnya, persamaan gerak pendulum dilinearkan dengan menggunakan deret Taylor. Untuk mengetahui penyelesaian persamaan gerak pendulum, digunakan metode koefisien konstanta untuk persamaan diferensial homogen dan metode koefisien taktentu untuk persamaan diferensial nonhomogen.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh bahwa pada getaran bebas takteredam ($\gamma = 0$ dan $F(t) = 0$) pendulum berosilasi kontinyu dengan amplitudo konstan karena tidak adanya gaya gesek udara. Pada kasus getaran bebas teredam ($\gamma \neq 0$ dan $F(t) = 0$) dibedakan menjadi teredam kurang, teredam kritis dan teredam lebih. Untuk teredam kurang, pendulum berosilasi terlebih dahulu sebelum mencapai titik kesetimbangan. Selain itu, semakin besar koefisien redaman maka gerak osilasi yang dihasilkan semakin sedikit dan pendulum semakin cepat mencapai titik kesetimbangan. Untuk teredam kritis dan teredam lebih, pendulum langsung mencapai titik kesetimbangan tanpa berosilasi. Pada teredam lebih, semakin besar koefisien redaman maka semakin lama pendulum mencapai titik kesetimbangan. Getaran paksa takteredam terjadi ketika $\gamma = 0$ dan $F(t) = F_0 \cos \omega t$. Jika pada getaran paksa takteredam $\omega_0 = \omega$, maka pendulum akan menghasilkan getaran dengan amplitudo yang semakin meningkat dan keadaan ini disebut resonansi. Pada getaran paksa teredam, yaitu ketika $\gamma \neq 0$ dan $F(t) = F_0 \cos \omega t$ pendulum tidak akan pernah mencapai titik kesetimbangan atau akan berosilasi hingga waktu takberhingga. Selain itu, pendulum bergetar secara konstan pada waktu t tertentu dan semakin besar gaya eksternal yang diberikan maka jarak pendulum semakin jauh dari titik kesetimbangan.

Kata Kunci: Redaman, Gaya Eksternal, Pendulum.

ABSTRACT

Erinaviza, Yurike. 2015. Influence of the Damping and External Force to the Motion of a Pendulum. Department of Mathematic Education. Faculty of Teacher Training and Education. Muhammadiyah University of Ponorogo. Advisor Dr. Julan Hernadi, M.Si.

Many physical problems can be illustrated as differential equations, for instance the motion of a pendulum. The motion of a pendulum is modeled by $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = F(t)$, where γ denotes the air friction force, ω_0 denotes the natural frequency, and $F(t)$ means the external forces. In this research, the model of pendulum motion is studied to derive the solution and it's correspond to pendulum behaviour toward to steady state condition, to study the parameters effect and the external force with respect to motion of pendulum.

In this research, the researcher illustrated the real condition to the mathematical model. Furthermore, the motion of the pendulum equation is linearized by using Taylor's theorem. To solve the motion of pendulum equations, researcher applied the method of constant coefficients for the homogeneous differential equations and the method of undetermined coefficients for the nonhomogeneous differential equations.

Based on the result of this research, it found that the undamped free vibration ($\gamma = 0$ and $F(t) = 0$), has a constant amplitudo that does not diminish with time because there is no the air friction force. In the case of damped free vibration ($\gamma \neq 0$ and $F(t) = 0$) is classified by underdamping, critical damping and overdamping. On the underdamping, pendulum always vibrates before to equilibrium position. Moreover, if the damping coefficient take increase, then the vibration always a least and pendulum more rapidly to equilibrium position. On the critical damping and overdamping, the pendulum creeps back to its equilibrium position but it does not oscillate about it. On the overdamping, the damping coefficient increase is caused the pendulum more longer to equilibrium position. Undamped forced vibration happened if $\gamma = 0$ and $F(t) = F_0 \cos \omega t$. If the undamped forced vibration $\omega_0 = \omega$, then the amplitudo of the vibration becomes large and this phenomenon is known as resonance. On the damped forced vibration, where $\gamma \neq 0$ and $F(t) = F_0 \cos \omega t$ the pendulum which applied external force never to equilibrium position or it will vibrate until infinitely. On the other hand, the pendulum has a constant vibrate at the definite time t and if the biggest of external force then the farther the pendulum for equilibrium position.

Key Words: Damping, External Force, Pendulum.

PRAKATA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah swt. yang dengan rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan selesai tanpa bantuan dan partisipasi pihak lain. Oleh karena itu, ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada:

1. Drs. H. Sulton, M.Si selaku Rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Bambang Harmanto, M.Pd selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
3. Dr. Julan Hernadi, M.Si selaku Kaprodi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo, sekaligus selaku Dosen Pembimbing yang telah bersedia memberikan waktu dan ilmunya selama penulisan skripsi.
4. Bapak/Ibu Dosen Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
5. Kedua orang tua (Herwahyudi dan Siti Maryam), kakakku Rizka Rahmadini, serta adik-adikku Prilly Vivianita dan Anggri Novasantika yang senantiasa ada dalam suka dan duka serta memberikan dukungan, semangat dan do'a kepada penulis.
6. Teman-teman jurusan Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu., yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak demi kesempurnaan penulisan skripsi ini. Penulis berharap semoga penulisan skripsi ini bermanfaat bagi pembaca.

Ponorogo, Agustus 2015

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
MOTTO	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	vii
ABSTRAK	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR DAN TABEL	xii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Identifikasi Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Rumusan Masalah.....	2
1.5 Tujuan.....	2
1.6 Manfaat.....	3
1.7 Metode Penelitian	3
1.8 Sistematika Pembahasan	3
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Linearisasi	5
2.2 Penyelesaian PD Linear Homogen dengan Koefisien Konstanta ...	6
2.3 Penyelesaian PD Linear Takhomogen dengan Metode Koefisien Taktentu	6
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Pemodelan Matematika untuk Gerak Pendulum	8
3.2 Linearisai Persamaan Pendulum	9
3.3 Persamaan Gerak Pendulum	9
3.3.1 Getaran Bebas pada Pendulum ($F(t)=0$)	9
3.3.1.1 Getaran Bebas Takteredam ($F(t)=0$ dan $\gamma = 0$)	10
3.3.1.2 Getaran Bebas Teredam ($F(t)=0$ dan $\gamma \neq 0$).....	12

3.3.1.2.1	Getaran Bebas Teredam Kurang ($\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4} > 0$).....	12
3.3.1.2.2	Getaran Bebas Teredam Kritis ($\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4} = 0$)	15
3.3.1.2.3	Getaran Bebas Teredam Lebih ($\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4} < 0$)	16
3.3.2	Getaran Paksa pada Pendulum ($F(t) \neq 0$)	18
3.3.2.1	Getaran Paksa Takteredam ($F(t) \neq 0$ dan $\gamma = 0$)	19
3.3.2.2	Getaran Paksa Teredam ($F(t) \neq 0$ dan $\gamma \neq 0$)	22

BAB IV PENUTUP

4.1	Kesimpulan	26
4.2	Saran	26

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR GAMBAR DAN TABEL

Gambar 2.1	Aproksimasi nilai $\sin \theta$
Tabel 2.1	Metode koefisien taktentu
Gambar 3.1	Ayunan pendulum
Gambar 3.2	Grafik getaran bebas takteredam pada pendulum, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta = 0$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.3	Grafik getaran bebas teredam kurang, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dt} + \theta = 0$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.4	Pengaruh redaman terhadap getaran bebas pada kasus teredam kurang
Gambar 3.5	Grafik getaran bebas teredam kritis, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{d\theta}{dt} + \theta = 0$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.6	Grafik getaran bebas teredam lebih, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + 4 \frac{d\theta}{dt} + \theta = 0$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.7	Pengaruh redaman terhadap getaran bebas pada kasus eredam lebih
Gambar 3.8	Grafik getaran paksa takteredam, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta = 2 \cos 2t$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.9	Grafik getaran paksa takteredam, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta = 2 \cos t$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.10	Grafik getaran paksa teredam, $\frac{d^2\theta}{dt^2} + 4 \frac{d\theta}{dt} + \theta = 2 \cos 2t$; $\theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta'(0) = 0$
Gambar 3.11	Pengaruh gaya eksternal terhadap gerak pendulum
Gambar 3.12	Pengaruh perubahan gaya eksternal terhadap gerak pendulum

