

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial merupakan persamaan yang didalamnya terdapat beberapa derivatif. Persamaan diferensial menyatakan hubungan antara derivatif dari satu variabel takbebas terhadap satu atau lebih variabel bebas. Persamaan diferensial muncul ketika terjadi perubahan pada suatu besaran, yang biasanya dinyatakan dalam suatu fungsi matematis.

Persamaan diferensial sering muncul dalam model matematika yang menggambarkan keadaan dalam kehidupan nyata. Banyak permasalahan dalam berbagai bidang kimia, biologi dan fisika yang dapat dimodelkan ke dalam bentuk persamaan diferensial. Sebagai contoh, peluruhan radioaktif pada kimia, laju pertumbuhan populasi pada biologi dan gerak osilasi pada fisika.

Osilasi adalah gerakan ke kiri dan ke kanan atau ke atas dan ke bawah atau ke depan dan ke belakang pada selang waktu dan lintasan yang sama. Dengan kata lain, osilasi merupakan gerak bolak-balik di sekitar titik kesetimbangan. Osilasi sering disebut dengan getaran atau ayunan. Fenomena gerak osilasi banyak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari, contohnya pada sistem massa pegas, gerak elektron di dalam atom, perilaku arus dan tegangan di dalam rangkaian listrik, orbit planet dan gerak pendulum. Dari beberapa contoh gerak osilasi tersebut, gerak pendulum merupakan masalah paling sederhana.

Gerak osilasi pendulum terdiri atas sebuah pendulum bermassa m yang terikat pada tali ringan yang tidak bermassa sepanjang L , dan diikatkan bagian atasnya sedemikian hingga pendulum tersebut dapat berayun bebas. Persamaan gerak pada pendulum merupakan persamaan diferensial taklinear orde dua yang didefinisikan oleh

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{m} \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{L} \sin \theta = F(t) \quad ; \theta(0) = \theta_0, \quad \theta'(0) = 0, \quad (1.1)$$

dengan m adalah massa pendulum, k adalah koefisien gaya gesek udara, g adalah percepatan gravitasi, L adalah panjang tali dan $F(t)$ adalah gaya eksternal yang diterapkan secara periodik dalam waktu tertentu. $\theta(0) = \theta_0$ dan $\theta'(0) = 0$ sebagai nilai awal dengan $\theta(0) = \theta_0$ merupakan perpindahan sudut awal terhadap titik kesetimbangan dan $\theta'(0) = 0$ karena pendulum dilepas dari keadaan diam.

Persamaan diferensial yang disertai syarat awal periodik akan menghasilkan suatu solusi yang periodik yang menggambarkan proses berulang secara teratur. Solusi dari persamaan (1.1) tergantung dari nilai $\frac{k}{m}$ dan $F(t)$. Jika $\frac{k}{m} = 0$ maka komponen kecepatannya tidak ada sehingga gaya gesek udara tidak ada. Gaya gesek menyebabkan benda berhenti berosilasi, sehingga jika suatu benda tidak mengalami gaya gesek maka benda tersebut akan terus berosilasi hingga waktu yang takberhingga dan disebut dengan getaran takteredam. Sebaliknya, jika $\frac{k}{m} \neq 0$ disebut getaran teredam. Jika $F(t) = 0$ maka tidak ada gaya eksternal yang bekerja pada pendulum, sehingga disebut sebagai getaran bebas. Sedangkan jika $F(t) \neq 0$ maka disebut getaran paksa.

Dalam kasus sederhana, gerakan pendulum mengabaikan gaya gesekan sehingga menghasilkan gerakan yang kontinu dengan amplitudo konstan. Keadaan ini disebut dengan gerak harmonik sederhana. Akan tetapi, pada keadaan sebenarnya pendulum memiliki gesekan dengan medium saat berayun dan ada pula yang dipengaruhi oleh gaya eksternal. Penerapan gaya gesekan dan gaya eksternal menentukan cepat atau lambatnya pendulum berhenti bergerak (mencapai titik kesetimbangan). Oleh karena itu, diperlukan pengkajian terhadap gerak pendulum yang meliputi efek redaman dan gaya eksternal.

Berdasarkan hal tersebut, dalam penelitian ini penulis akan membahas tentang solusi persamaan gerak pendulum dengan menggunakan metode koefisien konstanta untuk persamaan diferensial homogen dan metode koefisien tak tentu untuk persamaan diferensial tak homogen. Selanjutnya, dari solusi tersebut akan diamati pola gerak pendulum yang disajikan dalam bentuk grafik. Selain itu, akan dibahas juga tentang gerak pendulum dengan berbagai kemungkinan nilai koefisien redaman $\left(\frac{k}{m}\right)$ dan $F(t)$.

1.2 Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, identifikasi masalah dapat dirumuskan sebagai berikut

1. Bagaimana pengaruh nilai $\frac{k}{m} = 0$ dan $\frac{k}{m} \neq 0$ terhadap gerak pendulum.
2. Bagaimana pengaruh perubahan nilai $\frac{k}{m}$ terhadap gerak pendulum.
3. Bagaimana pengaruh nilai $F(t) = F_0 \cos \omega t$ terhadap gerak pendulum.

1.3 Batasan Masalah

Agar penelitian dapat terarah dengan baik, maka penulis membatasi permasalahan dalam penelitian sebagai berikut:

1. Persamaan gerak pendulum yang digunakan merupakan persamaan diferensial yang telah dilinearkan.
2. Gaya eksternal yang digunakan didefinisikan dengan fungsi $F(t) = F_0 \cos \omega t$.

1.4 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, masalah dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana pola gerak pendulum tak teredam dan teredam?
2. Bagaimana pengaruh koefisien peredam terhadap gerak pendulum?
3. Bagaimana pengaruh gaya eksternal terhadap gerak pendulum?

1.5 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah

1. Untuk mengetahui pola gerak pendulum tak teredam dan teredam.
2. Untuk mengetahui pengaruh koefisien peredam terhadap gerak pendulum.
3. Untuk mengetahui pengaruh gaya eksternal terhadap gerak pendulum.

1.6 Manfaat

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat

1. Bagi Penulis

Dapat menambah pengetahuan dan wawasan serta dapat mengaplikasikan dan mensosialisasikan teori yang diperoleh selama perkuliahan.

2. Bagi Pembaca

Dapat menambah pengetahuan dan wawasan serta menghasilkan informasi yang dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan untuk penelitian selanjutnya.

1.7 Metode Penelitian

1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka. Studi pustaka adalah serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca dan mencatat serta mengolah bahan penelitian. Studi pustaka merupakan teknik pengumpulan data dengan mengadakan studi penelaahan terhadap buku-buku, literatur-literatur, catatan-catatan dan laporan-laporan yang ada hubungannya dengan masalah yang dipecahkan.

2. Data dan Sumber Data

Data yang diperlukan dalam penelitian ini berupa buku dan jurnal tentang pemodelan matematika dan persamaan diferensial. Buku dan jurnal acuan utama yang digunakan diantaranya:

- a. Buku berjudul *Advanced Engineering Mathematics* yang ditulis oleh Erwin Kreyszig dan buku berjudul *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems* yang ditulis oleh William Boyce dan Richard DiPrima.
- b. Jurnal berjudul *Redaman pada Pendulum Sederhana* yang ditulis oleh Kintan Limiansih.

3. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data merupakan salah satu proses pengadaan data untuk keperluan penelitian. Pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang diperlukan. Untuk memperoleh data, penulis menggunakan langkah-langkah *Library Research* yaitu setiap penelitian memerlukan bahan yang bersumber dari perpustakaan.

4. Teknik Analisis Data

Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam menganalisis data adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan model.
2. Menentukan solusi model.
3. Mengamati solusi model yang disajikan dalam grafik.

1.8 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan istematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

1. BAB I

Pada Bab I berisi pendahuluan yang meliputi latar belakang, identifikasi masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan, manfaat, metode penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II

Pada Bab II berisi landasan teori yang terdiri atas linearisasi, penyelesaian PD linear homogen dengan koefisien konstanta dan penyelesaian PD linear takhomogen dengan metode koefisien taktentu.

3. BAB III

Pada Bab III berisi pembahasan yang terdiri atas pemodelan matematika untuk gerak pendulum, linearisasi terhadap persamaan gerak pendulum, penyelesaian persamaan gerak pendulum yang meliputi gerak bebas pada pendulum dan gerak paksa pada pendulum.

4. BAB IV

Pada Bab IV berisi penutup yang terdiri atas kesimpulan dan saran.

