

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Salah satu bentuk model matematika adalah berupa persamaan diferensial. Persamaan diferensial sering digunakan dalam memodelkan suatu permasalahan untuk menggambarkan keadaan objek dalam bentuk matematis. Persamaan diferensial merupakan persamaan yang didalamnya melibatkan fungsi dan derivatifnya. Dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial pada umumnya dapat digunakan metode-metode tertentu tergantung pada jenis persamaan diferensial itu sendiri. Akan tetapi sebuah persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan mengubah persamaan diferensial tersebut ke dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Sistem persamaan diferensial dibagi menjadi dua macam yaitu sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan diferensial taklinier (Finzio dan Ladas:1998).

Pada umumnya sistem persamaan diferensial linear dapat diselesaikan secara analitik menggunakan metode-metode yang ada. Metode yang biasa digunakan untuk mencari solusi dari sistem persamaan diferensial linear adalah metode Eliminasi, metode Variasi Parameter, metode Transformasi Laplace, dan Metode Matriks (Finzio dan Ladas:1998). Namun untuk sistem persamaan diferensial taklinier adakalanya tidak dapat diselesaikan secara analitik. Akibatnya metode analitik memiliki keterbatasan. Untuk mengatasi keterbatasan metode analitik digunakan metode pendekatan yang mendekati nilai eksak yang disebut dengan metode numerik. Metode numerik merupakan suatu bagian ilmu matematika. Khususnya matematika rekayasa yang menggunakan bilangan untuk menirukan proses matematika, proses matematika ini selanjutnya dirumuskan untuk menggambarkan keadaan sebenarnya.

Permasalahan dalam bidang fisika biasanya dapat dimodelkan dalam persamaan matematika. Apabila persamaan matematika tersebut mempunyai bentuk sederhana maka dapat diselesaikan dengan menggunakan metode analitik. Pada umumnya persamaan matematika yang sulit diselesaikan secara analitik maka penyelesaiannya dapat dilakukan secara numerik. Metode numerik sebagai alternatif dari metode analitik dapat dikatakan sebagai suatu rekayasa dalam menyelesaikan masalah matematika yang sulit atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik.

Perbedaan utama antara metode numerik dengan metode analitik terletak pada dua hal. pertama, solusi dengan metode numerik selalu berbentuk angka. Bandingkan dengan metode analitik yang biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk matematik yang selanjutnya fungsi matematik tersebut dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka. Kedua,

dengan metode numerik kita hanya memperoleh solusi yang mendekati solusi eksaknya sehingga solusi numerik dinamakan solusi hampiran (*approximation*) atau solusi pendekatan, namun solusi hampiran dapat dibuat seteliti yang kita inginkan, solusi hampiran jelas tidak tepat dengan solusi eksaknya, sehingga ada selisih antara keduanya. Selisih inilah yang biasa disebut dengan galat (*error*).

Salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial maupun sistem persamaan diferensial adalah metode iterasi variasional. Metode iterasi variasional (*Variational Iteration Methods*) ini diusulkan pertama kali oleh seorang matematikawan bernama Ji-Huan He yang berasal dari China. Metode ini digunakan untuk mendapatkan solusi numerik dari berbagai persamaan diferensial maupun sistem persamaan diferensial. Namun metode iterasi variasional tersebut memiliki kurang efektif dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial orde satu karena membutuhkan iterasi yang cukup banyak untuk mencapai nilai yang mendekati nilai eksaknya. Untuk mengurangi jumlah iterasi dan menyederhanakan perhitungan numerik dari sebuah sistem persamaan diferensial orde satu maka diperlukan suatu metode pendekatan baru (Ugur:2011).

Terdapat sebuah metode dengan menggunakan konsep aljabar yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial linear yaitu metode diagonalisasi matrik. Metode diagonalisasi matrik merupakan pengembangan dari metode matrik. Metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear dengan cara mencari bentuk matrik diagonal dari matrik koefisien sistem persamaan diferensial (Howard Anton, 1981). Ada sebuah teorema “Diberikan A sebuah matriks $m \times m$ dengan nilai eigen yang berbeda. lalu terdapat nonsingular $m \times m$ matriks P dan matriks diagonal D yang diagonal elemen adalah nilai eigen dari A, Seperti $P^{-1} A P = D$. Jika nilai-nilai eigen dari A tidak berbeda, terdapat matriks P seperti $P^{-1} A P = J$ adalah bentuk Canonical Jordan” (Altintan:2011).

Berdasarkan permasalahan di atas maka dalam skripsi ini penulis mengambil judul *Pengaruh Metode Diagonalisasi Matrik Pada Implementasi Metode Iterasi Variasional untuk Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu*.

1.2 Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka identifikasi permasalahan yang dirumuskan adalah:

1. Kelemahan metode iterasi variasional karena memiliki jumlah iterasi yang terlalu banyak untuk menemukan solusi yang mendekati nilai eksaknya.
2. Metode diagonalisasi matrik dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear secara analitik.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka permasalahan yang dirumuskan adalah Bagaimana pengaruh metode diagonalisasi matrik pada implementasi metode iterasi variasional untuk penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu?

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana pengaruh metode diagonalisasi matrik pada implementasi metode iterasi variasional untuk penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu.

1.5 Batasan Masalah

Penulisan skripsi ini memiliki batasan sebagai berikut:

1. Pada penelitian ini sistem persamaan diferensial yang dibahas adalah sistem persamaan diferensial orde satu yang berbentuk.

$$\mathbf{x}' = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}(\mathbf{t}, \mathbf{x}),$$

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}_0) = \boldsymbol{\alpha}_0$$

Dimana $m \in \mathbb{N}$, x adalah sebuah vektor m , A adalah matrik $m \times m$ dan $f : \mathbb{R}^{m+1} \rightarrow \mathbb{R}^m$.

2. Matriks yang digunakan adalah matriks nonsingular.

1.6 Manfaat Penelitian

Beberapa manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai sarana untuk mengembangkan dan mengaplikasikan pengetahuan dan keilmuan dalam bidang matematika terutama diferensial dan numerik.
2. Sebagai tambahan pengetahuan dalam bidang matematika khususnya sistem persamaan diferensial dan metode numerik.
3. Sebagai bahan pengembangan, perbaikan keilmuan dan pepaduan sains dan teknologi
4. Sebagai bahan pustaka tentang pembelajaran mata kuliah numerik dan diferensial.

1.7 Metode Penelitian

1. Jenis Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan ini adalah studi literature. Studi literature yaitu melakukan penelusuran dengan penelaahan terhadap beberapa literatur yang mempunyai relevansi dengan topic pembahasan (Nazir,1998:11). Adapun literatur yang saya gunakan yaitu Persamaan Diferensial Biasa karangan Darmawijoyo, Persamaan Diferensial Biasa karangan Bambang Suprihatin, Metode Penelitian karangan Moh.Nazir, Metode Numerik karangan A.Salusu, Maple karangan Kartono, Differential Equation Third

Edition karangan Shepley L.Ross, Matematika Numerik dengan Implementasi Matlab karangan Julian Hernadi.

2. Data dan Sumber Data

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah data yang bersifat tekstual meliputi persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, metode numerik, program matlab, metode iterasi variasional dan metode pendekatan iterasi variasional, metode iterasi variasional_beberapa hasil baru dan interpretasi baru. Literatur utama yang digunakan adalah jurnal Internasional karangan Ji-Huan He: 2007.

3. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data merupakan salah satu proses pengadaan data untuk keperluan penelitian. Pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang standar. Untuk memperoleh data penulis melakukan dengan cara membaca dan memahami literatur yang berkaitan dengan sistem persamaan diferensial dan modifikasi metode iterasi variasional.

4. Teknik Analisis Data

Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam menganalisis data adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pembahasan dengan menguraikan langkah-langkah memodifikasi metode iterasi variasional.
2. Memberikan contoh penyelesaian dari sistem persamaan diferensial orde satu menggunakan metode iterasi variasional yang telah dimodifikasi beserta langkah-langkah pada matlab untuk menemukan solusi numeriknya.
3. Membuat kesimpulan berupa pengaruh modifikasi metode iterasi variasional dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial orde satu.

1.8 Sistematika Penulisan

Agar penulisan ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa sub bab dengan rumusan sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II Kajian Pustaka

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang persamaan diferensial,

sistem persamaan diferensial, metode iterasi variasional, pengali lagrange, variasi terbatas, kondisi stasioner, diagonalisasi matriks dan matriks singular.

BAB III Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang pembahasan berupa langkah-langkah modifikasi metode iterasi variasional untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial orde satu dan analisis penyelesaian sistem persamaan diferensial orde satu menggunakan metode iterasi variasional yang telah dimodifikasi.

BAB IV Penutup

Berisi tentang kesimpulan berupa pengaruh modifikasi metode iterasi variasional dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial orde satu dan hasil analisis yang sudah dilakukan serta saran bagi orang lain yang bergelut dalam bidang tersebut.