

ARTIKEL

PENGARUH METODE DIAGONALISASI MATRIK PADA IMPLEMENTASI METODE ITERASI VARIASIONAL UNRUK PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR ORDE SATU

Salah satu bentuk model matematika adalah berupa persamaan diferensial. Persamaan diferensial sering digunakan dalam memodelkan suatu permasalahan untuk menggambarkan keadaan objek dalam bentuk matematis. Persamaan diferensial merupakan persamaan yang didalamnya melibatkan fungsi dan derivatifnya. Dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial pada umumnya dapat digunakan metode-metode tertentu tergantung pada jenis persamaan diferensial itu sendiri. Akan tetapi sebuah persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan mengubah persamaan diferensial tersebut ke dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Sistem persamaan diferensial dibagi menjadi dua macam yaitu sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan diferensial taklinier (Finzio dan Ladas:1998).

Pada umumnya sistem persamaan diferensial linear dapat diselesaikan secara analitik menggunakan metode-metode yang ada. Metode yang biasa digunakan untuk mencari solusi dari sistem persamaan diferensial linear adalah metode Eliminasi, metode Variasi Parameter, metode Transformasi Laplace, dan Metode Matriks (Finzio dan Ladas:1998). Namun untuk sistem persamaan diferensial taklinier adakalanya tidak dapat diselesaikan secara analitik. Akibatnya metode analitik memiliki keterbatasan. Untuk mengatasi keterbatasan metode analitik digunakan metode pendekatan yang mendekati nilai eksak yang disebut dengan metode numerik. Metode numerik merupakan suatu bagian ilmu matematika. Khususnya matematika rekayasa yang menggunakan bilangan untuk menirukan proses matematika, proses matematika ini selanjutnya dirumuskan untuk menggambarkan keadaan sebenarnya.

Permasalahan dalam bidang fisika biasanya dapat dimodelkan dalam persamaan matematika. Apabila persamaan matematika tersebut mempunyai bentuk sederhana maka dapat diselesaikan dengan menggunakan metode analitik. Pada umumnya persamaan matematika yang sulit diselesaikan secara analitik maka penyelesaiannya dapat dilakukan secara numerik. Metode numerik sebagai alternatif dari metode analitik dapat dikatakan sebagai suatu rekayasa dalam menyelesaikan masalah matematika yang sulit atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik.

Perbedaan utama antara metode numerik dengan metode analitik terletak pada dua hal. pertama, solusi dengan metode numerik selalu berbentuk angka. Bandingkan dengan metode analitik yang biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk matematik yang selanjutnya fungsi matematik tersebut dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka. Kedua, dengan metode numerik kita hanya memperoleh solusi yang mendekati solusi eksaknya sehingga solusi numerik dinamakan solusi hampiran (*approximation*) atau solusi pendekatan, namun solusi hampiran dapat dibuat seteliti yang kita inginkan, solusi hampiran jelas tidak tepat dengan solusi eksaknya, sehingga ada selisih antara keduanya. Selisih inilah yang biasa disebut dengan galat (*error*).

Salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial maupun sistem persamaan diferensial adalah metode iterasi variasional. Metode iterasi variasional (*Variational Iteration Methods*) ini diusulkan pertama kali oleh seorang matematikawan bernama Ji-Huan He yang berasal dari China. Metode ini digunakan untuk mendapatkan solusi numerik dari berbagai persamaan diferensial maupun sistem persamaan diferensial. Namun metode iterasi variasional tersebut memiliki kurang efektif dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial orde satu karena membutuhkan iterasi yang cukup banyak untuk mencapai nilai yang mendekati nilai eksaknya. Untuk mengurangi jumlah iterasi dan menyederhanakan perhitungan numerik dari sebuah sistem persamaan diferensial orde satu maka diperlukan suatu metode pendekatan baru (Ugur:2011).

Terdapat sebuah metode dengan menggunakan konsep aljabar yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial linear yaitu metode diagonalisasi matrik. Metode diagonalisasi matrik merupakan pengembangan dari metode matrik. Metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear dengan cara mencari bentuk matrik diagonal dari matrik koefisien sistem persamaan diferensial (Howard Anton, 1981). Ada sebuah teorema “Diberikan A sebuah matriks $m \times m$ dengan nilai eigen yang berbeda. lalu terdapat nonsingular $m \times m$ matriks P dan matriks diagonal D yang diagonal elemen adalah nilai eigen dari A, Seperti $P^{-1} A P = D$. Jika nilai-nilai eigen dari A tidak berbeda, terdapat matriks P seperti $P^{-1} A P = J$ adalah bentuk Canonical Jordan” (Altintan:2011).

Berdasarkan permasalahan di atas maka dalam skripsi ini penulis mengambil judul *Pengaruh Metode Diagonalisasi Matrik Pada Implementasi Metode Iterasi Variasional untuk Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu*.

Metode iterasi variasional merupakan metode diantara metode-metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial. Metode iterasi variasional mempunyai karakteristik khusus yaitu adanya penentuan fungsi koreksi. Metode iterasi variasional akan dimodifikasi menggunakan metode diagonalisasi matrik dengan transformasi $x = Py$ untuk memperoleh fungsi koreksinya. Penelitian ini bertujuan untuk melihat pengaruh metode diagonalisasi matrik pada implementasi metode iterasi variasional untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear orde satu.

Dalam memodifikasi metode iterasi variasional maka Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Membuat matriks A
2. Mencari nilai eigen dari matrik A
3. Mencari vektor eigen dari matriks A
4. Membuat Matriks Partisi
5. Diagonalisasi Matriks
6. Transformasi $x = Py$
7. Mencari nilai $y(0)$
8. Membuat Fungsi Koreksi
9. Mencari Pengali Lagrange
10. Substitusi Pengali Lagrange ke dalam fungsi koreksi
11. Menerapkan rumus iterasi untuk mencari solusi sistem persamaan diferensial orde satu.

Metode iterasi variasional termodifikasi merupakan metode iterasi variasional yang dimodifikasi dengan menggunakan metode diagonalisasi matrik dengan transformasi $x=Py$ untuk memperoleh fungsi koreksinya, pada penelitian ini metode iterasi variasional termodifikasi membutuhkan satu kali iterasi untuk memperoleh nilai yang mendekati nilai eksaknya. Sehingga dengan adanya metode diagonalisasi matrik tersebut metode iterasi variasional yang telah termodifikasi lebih cepat untuk menentukan nilai yang mendekati nilai eksaknya maka metode iterasi variasional yang telah termodifikasi dikatakan lebih efektif digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear orde satu.