

**PENERAPAN METODE DERET PANGKAT  
UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN  
DIFERENSIAL LINEAR ORDEDUA KHUSUS**

**SKRIPSI**



Oleh:  
SAMSIATI NUR HASANAH  
NIM: 11321432

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO  
2015



**PENERAPAN METODE DERET PANGKAT  
UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN  
DIFERENSIAL LINEAR ORDEDUA KHUSUS**

**SKRIPSI**

Diajukan Kepada Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana



Oleh:  
SAMSIATI NUR HASANAH  
NIM: 11321432

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO  
2015



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO  
(STATUS TERAKREDITASI)  
Jl.Budi Utomo No.10 Telp (0352) 481124  
Ponorogo 63472**

---

**HALAMAN PERSETUJUAN**

Skripsi oleh Samsiati Nur Hasanah, dengan JUDUL PENERAPAN METODE DERET PANGKAT UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR ORDE DUA KHUSUS ini telah diperiksa dan disetujui untuk diuji.

Ponorogo, 21 Agustus 2015  
Pembimbing

Dr. Julan Hernadi, M.Si  
NIP. 19670705 199303 1 003



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO  
(STATUS TERAKREDITASI)  
Jl. Budi Utomo No.10 Telp (0352) 481124  
Ponorogo 63472**

---

**HALAMAN PENGESAHAN**

Skripsi oleh Samsiati Nur Hasanah ini telah dipertahankan didepan penguji pada tanggal 28 Agustus 2015

Tim Penguji,

**Dr. Julan Hernadi**

**Penguji I**

**NIP. 19670705 199303 1 003**

**Erika Eka Santi, M.Si**

**Penguji II**

**NIS. 0440519**

**Uki Suhendar**

**Penguji III**

**NIK. 19901029 201309 13**

**Mengesahkan  
Dekan  
Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan**

**BAMBANG HERMANTO, M.Pd**

**NIP. 19710823 200501 1 001**

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Samsiati Nur Hasanah

NIM : 11321432

Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Jurusan : Pendidikan Matematika

Judul Skripsi : Penerapan Metode Deret Pangkat Untuk Menyelesaikan  
Persamaan Diferensial Linear Orde Dua Khusus

Menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya.

Selanjutnya apabila dikemudian hari ada klaim dari pihak lain, bukan menjadi tanggung jawab Dosen Pembimbing dan/atau Pengelola Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo, tetapi menjadi tanggung jawab saya sendiri.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademis.

Ponorogo, Agustus 2015

Yang menyatakan



Samsiati Nur Hasanah

## ABSTRAK

**Hasanah, Samsiati Nur.** 2015. Penerapan Metode Deret Pangkat untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Linear Orde Dua Khusus. Jurusan Pendidikan Matematika. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Muhammadiyah Ponorogo. Pembimbing: Dr. Julan Hernadi, M.Si.

Banyak permasalahan dalam dunia nyata yang dapat disajikan dalam model matematikaberbentuk persamaan difensial linear orde dua. Penyelesaian persamaan diferensial linear orde dua dapat diperoleh dengan berbagai metode, salah satunya adalah metode deret pangkat. Metode deret pangkat dapat diterapkan di sekitar titik biasa dan di sekitar titik singular yang regular pada persamaan diferensial. Persamaan diferensial khusus yang dapat diselesaikan dengan metode deret pangkat di sekitar titik biasa yaitu persamaan diferensial Legendre dan persamaan diferensial Hermite. Sedangkan Persamaan diferensial khusus yang dapat diselesaikan dengan metode deret pangkat di sekitar titik singular yang regular adalah persamaan diferensial Bessel. Masing-masing persamaan diferensial khusus ini mengandung parameter  $p$  berupa konstanta real.

Pada penelitian inidibahas mengenai langkah-langkah penyelesaian metode deret pangkat di sekitar titik biasa. Kemudian menerapkan langkah-langkah tersebut untuk menyelesaikan persamaan diferensial Legendre dan persamaan diferensial Hermite. Setelah itu dibahas mengenai langkah-langkah penyelesaian metode deret pangkat disekitar titik singular regular. Kemudian menerapkan langkah-langkah tersebut untuk menyelesaikan persamaan diferensial Bessel. Dengan metode deret pangkat ini diperoleh dua penyelesaian yang bebas linear dari masing-masing persamaan diferensial khusus.

Berdasarkan penelitian ini dapat diketahui bahwa parameter  $p$  sangat berpengaruh terhadap penyelesaian persamaan diferensial khusus. Untuk  $p$  berupa konstanta real, diperoleh penyelesaian umum persamaan diferensial khusus yang merupakan kombinasi linear dua penyelesaian berupa deret tak hingga. Untuk  $p$  berupa bilangan bulat tak negatif, penyelesaian umum pada persamaan Legendre disederhanakan menjadi polinomial dan disebut dengan polinomial Legendre. Polinomial Legendre ini juga merupakan penyelesaian persamaan Legendre. Pada persamaan Hermite, penyelesaian umum persamaan Hermite disederhanakan menjadi polinomial dan disebut polinomial Hermite. Polinomial hermite ini juga merupakan penyelesaian persamaan Hermite untuk  $p$  bilangan bulat tak negatif. Pada persamaan Bessel, penyelesaian umum persamaan Bessel berupa fungsi dan disebut fungsi Bessel. Fungsi Bessel ini juga merupakan penyelesaian persamaan Bessel untuk  $p$  bilangan bulat tak negatif.

**Kata Kunci:** Persamaan diferensial, titik biasa dan titik singular, deret pangkat, persamaan diferensial khusus.

## ABSTRACT

**Hasanah, Samsiati Nur.** 2015. Implementation Power Series Method for Solving Specials Second Order Linear Differential Equations. Department of Mathematics Education. Faculty of Teacher and Science Education. University of Muhammadiyah Ponorogo. Adviser: Dr. Julan Hernadi, M.Si.

Many problems in the real worlds that can be expressed in a mathematical model in the form of the second order linear differential equations. The solution of second order linear differential equations can be obtained by various methods, one of them by the power series method. Power series method can be applied at an ordinary point and a regular singular point on the differential equations. Specials differential equations which can be solved by the power series at an ordinary point is Legendre differential equation and Hermite differential equation. While the special differential equations which can be solved by the power series at a regular singular point is Bessel differential equation. Every specials differential equations contains the parameter  $p$  is given by real constants.

In this research first studied about steps the power series method at an ordinary point. Then apply these steps to resolve the Legendre differential equation and Hermite differential equation. After that, studied about steps the power series method at a regular singular point. Then apply these steps to resolve the Bessel differential equation. With the power series method we obtain two linearly independent solutions of each specials differential equations.

Based on this study can be seen that the parameter  $p$  affects the solutions of specials differential equations. For  $p$  is real constants, the solutions of each specials differential equations is the linear combination of the two solutions in the form of infinite series. For  $p$  in the form of non-negative integer, general solution the Legendre equation reduces to the polynomials and called Legendre polynomials. Legendre polynomials is also the solutions of Legendre equation. In the Hermite equation, general solution Hermite equation reduces to the polynomials and called Hermite polynomials. Hermite polynomials is also the solutions of the Hermite equation for non-negative integers  $p$ . At the Bessel equation, general solution of Bessel equation in the form function and called the Bessel functions. Bessel functions is also the solutions of the Bessel equation for non-negative integers  $p$ .

**Keywords:** Differential equations, ordinary point and singular point, power series, special differential equations.



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Model Pertumbuhan Kontinu Untuk Spesies Tunggal dengan Menggunakan Persamaan diferensial. Shalawat serta salam senantiasa penulis panjatkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, yang telah membimbing manusia ke jalan yang benar, yaitu jalan yang di Ridhai Allah SWT.


Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu, iringan do'a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, terutama kepada:

1. Drs. H. Sulton, M.Si selaku Rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Bambang Harmanto, M.Pd selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
3. Dr. Julan Hernadi, M.Si selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo, sekaligus sebagai Dosen Pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan pengarahan selama penulisan skripsi.
4. Bapak/Ibu Dosen Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo beserta stafnya atas ilmu dan pengalaman yang diberikan.
5. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu di sini, yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan terkait keterbatasan referensi dan ilmu penulis. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun dari pembaca dan dari semua pihak demi kesempurnaan dari skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi para pembaca, dan dapat memberikan kontribusi positif terhadap perkembangan ilmu pengetahuan. Amien.

Ponorogo, Agustus 2015

Penulis



Samsiati Nur Hasanah

## ***Motto***

*“Sesungguhnya beserta kesulitan itu ada kemudahan,  
maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan)  
kerjakanlah dengan sungguh-sungguh urusan yang lain  
dan hanya kepada Allahlah hendaknya kamu berharap”*

*(QS. Al Insyiroh : 6-8)*

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN LOGO .....	ii
HALAMAN PENGAJUAN .....	iii
HALAMAN PERSETUJUAN .....	iv
HALAMAN PENGESAHAN .....	v
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .....	vi
ABSTRAK .....	vii
ABSTRACT .....	viii
KATA PENGANTAR .....	ix
MOTTO .....	x
DAFTAR ISI .....	xi
DAFTAR GAMBAR .....	xiii
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Tujuan Penulisan .....	2
1.4 Batasan Masalah .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
1.6 Metode Penelitian .....	3
1.7 Sistematika Penulisan .....	4
<b>BAB 2 LANDASAN TEORI</b>	
2.1 Deret .....	6
2.2 Deret Pangkat .....	6
2.3 Titik Biasa dan Singular .....	7
2.4 Persamaan Diferensial .....	8
2.5 Persamaan Laplace dalam Koordinat Polar .....	9
2.6 Persamaan Laplace dalam Koordinat Bola .....	10
2.7 Deret Frobenius .....	10
2.8 Fungsi gamma .....	13
<b>BAB 3 PEMBAHASAN</b>	
3.1 Deret Pangkat Sebagai Penyelesaian di Sekitar Titik Biasa .....	14
3.2 Penerapan Penyelesaian Deret Pangkat di Sekitar Titik Biasa .....	15
3.2.1 Persamaan Diferensial Legendre .....	15
3.2.2 Persamaan Diferensial Hermite .....	20
3.3 Deret Pangkat Sebagai Penyelesaian di Sekitar Titik Singular Regular .....	24
3.4 Penerapan Penyelesaian Deret Pangkat di Sekitar Titik Singular Regular .....	25
3.4.1 Persamaan Diferensial Bessel .....	25
<b>BAB 4 PENUTUP</b>	
4.1 Kesimpulan .....	30
4.1.1 Deret Pangkat Sebagai Penyelesaian di Sekitar Titik Biasa.....	30
4.1.2 Deret Pangkat Sebagai Penyelesaian di Sekitar Titik Singular	

Regular.....	31
4.2 Saran .....	31
DAFTAR PUSTAKA .....	32

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b>	Tiga Kemungkinan Kekonvergenan Deret Pangkat .....	7
<b>Gambar 3.1</b>	Grafik Penyelesaian Persamaan (3.1.5) Berupa Fungsi $e^x$ .....	15
<b>Gambar 3.2(a)</b>	Grafik Polinomial Legendre Untuk $p$ Genap .....	20
<b>Gambar 3.2(b)</b>	Grafik Polinomial Legendre Untuk $p$ Ganjil .....	20
<b>Gambar 3.3(a)</b>	Grafik Polinomial Hermite Untuk $p$ Genap .....	24
<b>Gambar 3.3(b)</b>	Grafik Polinomial Hermite Untuk $p$ Ganjil .....	24
<b>Gambar 3.4</b>	Grafik Fungsi Bessel untuk $p = 0,1,2,3$ . .....	29