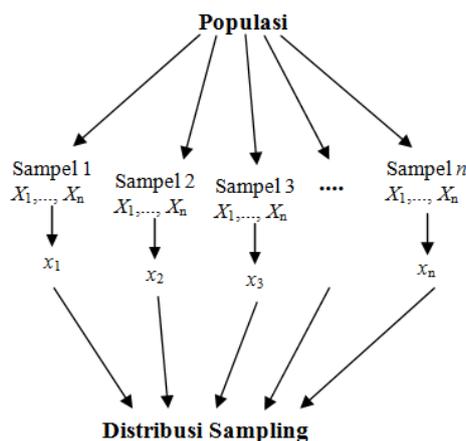


BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang melambangkan kemajuan zaman. Oleh karena itu matematika banyak digunakan oleh cabang ilmu lain misalnya dalam fisika, kimia, biologi, statistika dan sebagainya. Pada kesempatan kali ini penulis ingin mengkaji penerapan matematika dalam bidang statistika khususnya pada distribusi sampling.

Statistik adalah fungsi observasi dalam suatu sampel random yang tidak tergantung pada parameter yang tidak diketahui. Proses penggambaran populasi berdasarkan data sampel memberikan kaitan yang erat dengan statistik. Misalnya, jika X_1, X_2, \dots, X_n sampel random dengan ukuran n , maka rata-rata sampel \bar{X} , varian sampel S^2 , dan standar deviasi sampel S semuanya adalah statistik. Distribusi peluang suatu statistik disebut dengan distribusi sampling. Distribusi sampling menjadi salah satu dasar dalam pengambilan kesimpulan dengan data dalam jumlah besar. Menurut sifat distribusi sampling, apabila sampel – sampel random diambil dari suatu populasi yang berdistribusi sembarang dan mempunyai mean μ dan variansi σ^2 , untuk n besar ($n > 30$) maka distribusinya dapat dianggap mendekati normal dengan *mean* $\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan variansi $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ atau $Z = \sqrt{n}(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}) \sim N(0, 1)$.



Gambar 1.1

Teorema Limit Pusat merupakan interpretasi yang sesuai dari sifat distribusi sampling. Syarat yang dapat digunakan untuk membuktikan bahwa distribusi sampling ini mendekati normal yakni dengan kekonvergenan dalam distribusi. Dalam pembuktiannya, Teorema Limit Pusat juga menggunakan kekonvergenan dalam distribusi. Dua definisi kekonvergenan dalam distribusi dapat

dipakai untuk membuktikan, salah satunya yaitu jika suatu distribusi mempunyai *Moment Generating Function* atau fungsi pembangkit momen maka hal tersebut dapat menentukan fungsi distribusi secara tunggal, distribusi secara tunggal yang dimaksud adalah distribusi Normal. Nilai suatu *MGF* ada jika nilai ekspektasinya terdefinisi atau ada, tetapi tidak berlaku sebaliknya, jika ekspektasinya ada belum tentu nilai *MGF*-nya ada. (Rice, 1995 : 142)

Distribusi normal atau disebut juga distribusi *Gaussian* merupakan distribusi yang sangat penting dalam peluang dan statistika karena kebanyakan data dapat dimodelkan sebagai distribusi normal. Distribusi normal merupakan suatu distribusi teoritis dari variabel random kontinu. Kurva normal dibentuk dengan n yang tak terhingga. Peran penting distribusi normal antara lain memiliki beberapa sifat yang mungkin digunakan sebagai acuan dalam mengambil suatu kesimpulan berdasarkan hasil sampel yang diperoleh, pengukuran sampel berguna untuk menafsirkan parameter populasi sehingga distribusi normal sangat sesuai dengan distribusi empiris, dengan kata lain bahwa semua kejadian alami akan membentuk distribusi normal.

Secara singkat bahwa semua distribusi yang memiliki sampel besar akan cenderung mendekati distribusi normal apapun bentuk awal distribusi populasinya. Teorema Limit Pusat sebagai pembuktian secara tidak langsung dari pernyataan sebelumnya. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Reshma R. Chavan yang menyatakan bahwa apabila dilakukan percobaan dengan jumlah dadu sebanyak k , maka jumlah mata dadu secara acak yang muncul akan selalu mendekati distribusi normal. Dalam teori peluang, Teorema Limit Pusat mengatakan jika diberikan kondisi tertentu yang rata – rata aritmatikanya terdiri dari rata – rata dengan jumlah sampel yang besar, kemudian diiterasi dari variabel random yang saling bebas dan memiliki rata – rata serta variansi yang didefinisikan maka akan terdistribusi normal tanpa memperhatikan distribusi asal yang mendasarinya. Andaikan sampel - sampel observasi dengan bilangan yang cukup besar, kemudian rata – ratanya dihitung berkali - kali, maka rata –rata yang dihasilkan adalah acak dan tidak tergantung satu sama lain serta akan terdistribusi sesuai dengan distribusi normal. (Chavan, 2014)

Berdasarkan uraian di atas, tanpa memperhatikan distribusi populasi awalnya asalkan sampel n cukup besar serta saling bebas maka akan berdistribusi normal. Oleh karena itu dalam skripsi ini penulis mengambil judul Pembuktian Kekonvergenan Distribusi Sampling ke Distribusi Normal Menggunakan *Moment Generating Function*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan permasalahannya adalah bagaimana membuktikan kekonvergenan distribusi sampling ke distribusi normal menggunakan *Moment Generating Function*?

1.3 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui pembuktian kekonvergenan distribusi sampling ke distribusi normal menggunakan *Moment Generating Function*.

1.4 Batasan Masalah

Penulisan skripsi ini memiliki batasan sebagai berikut :

1. Distribusi sampling yang dibahas adalah distribusi sampling rata – rata atau *sample mean*.
2. Pada penelitian ini distribusi yang dibahas adalah distribusi khusus yang sering dibahas dalam statistika matematika.
3. Kekonvergenan yang dimaksud adalah kekonvergenan variabel random sampling suatu fungsi distribusi ke distribusi normal standar menggunakan *mgf*.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi semua pihak. Bagi penulis sendiri penelitian ini sebagai sarana untuk mengembangkan pengetahuan dan ketrampilan pada bidang matematika terapan khususnya statistika. Bagi lembaga khususnya Prodi Pendidikan Matematika penelitian dapat dijadikan sebagai sarana pengembangan wawasan keilmuan pada pada bidang matematika terapan khususnya statistika matematika. Dengan adanya penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan bagi para pembaca bahwa matematika sangat penting terutama penerapan-penerapannya dalam bidang-bidang tertentu.

1.6 Metode Penulisan

1. Jenis Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan ini adalah penelitian kepustakaan atau riset kepustakaan (*library research*). Riset kepustakaan atau sering juga disebut studi pustaka ialah serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca dan mencatat serta mengolah bahan penelitian. (Zed, 2008: 3). Sedangkan menurut Nazir (dalam Rahmawati: 2007) penelitian kepustakaan atau studi literatur yaitu melakukan penelusuran dengan penelaahan terhadap beberapa literatur yang mempunyai relevansi dengan topik pembahasan.

2. Data dan Sumber Data

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah data yang bersifat tekstual meliputi distribusi sampling dan distribusi normal. Informasi untuk penelitian ini dikumpulkan dari buku-buku acuan mengenai statistika matematika, jurnal-jurnal dan artikel di internet mengenai statistika matematika tentang distribusi sampling dan distribusi normal. Buku acuan utama yang digunakan adalah *Statistical Mathematics and Data Analysis* oleh Rice (1995), *Introduction to Probability and Mathematical Statistics* oleh Bain (1992), dan *Statistical Inference* oleh Casella – Berger (2002).

3. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data merupakan salah satu proses pengadaan data untuk keperluan penelitian. Pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang diperlukan. Untuk memperoleh data, penulis menggunakan langkah-langkah *Library Research* yaitu setiap penelitian memerlukan bahan yang bersumber dari perpustakaan. Penulis menggunakan metode dokumenter, yaitu mencari data mengenai hal-hal atau variabel yang berupa catatan, buku-buku, jurnal penelitian yang relevan dengan permasalahan yang penulis bahas.

4. Langkah – langkah penelitian ini ada tiga yaitu

- a. Membuktikan *moment generating function* atau fungsi pembangkit momen dari tiap distribusi khusus yang telah ditetapkan berdasarkan definisi.
- b. Membuktikan *moment generating function* dari tiap distribusi sampling khusus yang telah ditetapkan.
- c. Membuktikan kekonvergenan tiap distribusi sampling ke distribusi normal menggunakan metode *moment generating function* atau fungsi pembangkit momen.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep yang mendukung bagian pembahasan. Konsep - konsep tersebut antara lain membahas tentang populasi, sampel, variabel random,

PDF dan *CDF*, variabel random sampling dan distribusi sampling, distribusi normal ekspektasi dan variansi, *Moment Generating Function*, konvergen dalam distribusi, deret Taylor, dan fungsi gamma.

Bab III Pembahasan

Dalam bab ini dipaparkan hasil kajian yang meliputi pembuktian *MGF* distribusi khusus, pembuktian *MGF* distribusi sampling, dan pembuktian *MGF* distribusi sampling ke distribusi normal standar.

Bab IV Penutup

Pada bab ini akan dibahas mengenai simpulan dan saran.