

**TEOREMA SACCHERI LEGENDRE DAN BEBERAPA  
AKIBATNYA PADA GEOMETRI NETRAL**

**SKRIPSI**

Diajukan Untuk Memenuhi Persyaratan Mencapai Gelar Sarjana S-1



Oleh

**FERIKA CANDRA SETIYAWAN**

**11321509**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

**2016**



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

**(STATUS TERAKREDITASI)**

**Jl. Budi Utomo No. 10 Telp (0352) 481124**

**Ponorogo 63471**

---

**HALAMAN PERSETUJUAN**

Skripsi oleh Ferika Candra Setiyawan, dengan judul Teorema Saccheri Legendre dan Beberapa Akibatnya pada Geometri Netral, ini telah diperiksa dan disetujui untuk diuji.

Ponorogo, 16 Desember 2015

Pembimbing,

Dr. Julan Hernadi, M.Si

NIP. 19670705 199303 1 003



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

**(STATUS TERAKREDITASI)**

**Jl. Budi Utomo No. 10 Telp (0352) 481124**

**Ponorogo 63471**

---

---

**HALAMAN PENGESAHAN**

Skripsi oleh Ferika Candra Setiyawan ini, telah dipertahankan di depan penguji pada tanggal 12 Januari 2016 dan dinyatakan lulus.

**Tim Penguji**

**Dr. Julan Hernadi, M.Si.**  
NIP. 19670705 199303 1 003

**Ketua**

**Erika Eka Santi, M.Si.**  
NIP. 19811212 2009 1213

**Anggota**

**Drs. Sumaji, M.Pd.**  
NIP. 19630303 199103 1 003

**Anggota**

Mengetahui,  
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

**Dr. Bambang Harmanto, M.Pd.**  
NIP. 19710823 200501 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ferika Candra Setiyawan

NIM : 11321509

Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Jurusan : Pendidikan Matematika

Judul Skripsi : Teorema Saccheri Legendre dan Beberapa Akibatnya pada Geometri Netral

dengan ini menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya dan ada dalam daftar pustaka.

Selanjutnya apabila dikemudian hari ada klaim dari pihak lain, bukan menjadi tanggung jawab Dosen Pembimbing atau Pengelola Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo, tetapi menjadi tanggung jawab saya sendiri.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya, dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademis.

Ponorogo, 16 Desember 2015

Yang menyatakan,



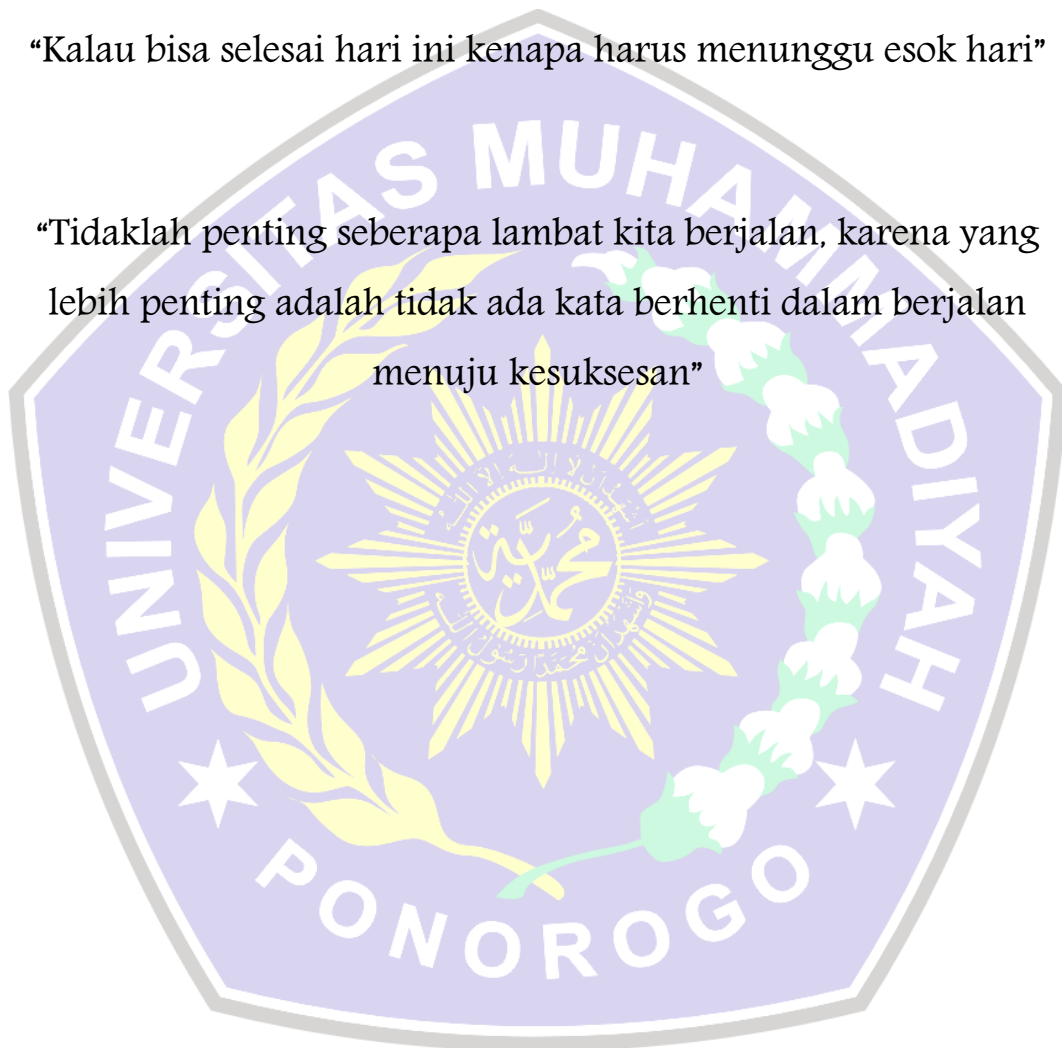
Ferika Candra Setiyawan

## Motto

“Teruslah berusaha dan berkembang untuk menjadi yang lebih baik lagi dari hari ini”

“Kalau bisa selesai hari ini kenapa harus menunggu esok hari”

“Tidaklah penting seberapa lambat kita berjalan, karena yang lebih penting adalah tidak ada kata berhenti dalam berjalan menuju kesuksesan”



## ***PERSEMBAHAN***

*Dengan mengucapkan Syukur Allhamdulillah kepada Allah SWT dan segenap kerendahan hati, Ku persembahkan karya sederhana ini untuk kedua Orang Tuaku Bapak (Nur Bawani) dan Ibu (Siti Aminah) tercinta yang tak pernah lelah mendidik, membimbing dan menyayangiku sejak kecil. Untuk Adikku tersayang dan seseorang disampingku yang terus memberikan semangat untukku.*

*Juga untuk seluruh sahabat dan teman-temanku di Prodi Matematika terutama teman satu bimbingan dan satu kelompok belajar yang terus berjuang bersama saling menyemangati dan mendukung.*

*Tak lupa untuk Bapak Julian Hernadi yang telah membimbing, mendidik, mengarahkan dan menyemangatiku selama penyusunan skripsi ini.*

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirrobbil'alamin. Puji syukur kehadirat Allah SWT dengan segala rahmat, taufik, hidayah-Nya berupa iman, Islam, dan ilmu sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Teorema Saccheri Legendre dan Beberapa Akibatnya pada Geometri Netral" dengan lancar dan tanpa ada halangan suatu apapun. Penulisan skripsi ini disusun guna memenuhi tugas akhir dan salah satu persyaratan mencapai gelar Sarjana Pendidikan Matematika.

Penulis menyadari bahwa tidak sedikit kesulitan yang dialami selama menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih kepada pihak-pihak berikut ini:

1. Dr. Bambang Harmanto, M.Pd selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Dr. Julan Hernadi, M.Si selaku Kaprodi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo, sekaligus sebagai Dosen Pembimbing yang dengan sabar bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, pengarahan dan motivasi yang kuat selama penulisan skripsi ini.
3. Drs Sumaji, M.Pd dan Dian Kristiana, M.Pd yang terus membantu, menyemangati, memberikan saran dan ilmu serta telah meminjam buku kepada penulis.
4. Kedua orang tua (Bapak Nur Bawani dan Ibu Siti Aminah) dan seluruh keluarga besar yang selalu memberikan doa yang tulus dan nasehat serta motivasi yang tinggi demi keberhasilan penulis.
5. Nur Ainy Rosyidah yang tidak pernah lelah memberikan motivasi, semangat, saran dan doa.
6. Teman-teman seperjuangan yang saling mendukung dan menyemangati satu sama lain seperti Fuad, Elvira, Annisa, Enggar, Monica, Erna, Yurike, dan Samsiati.
7. Teman-teman Pendidikan Matematika angkatan 2011, khususnya Alan, Hilal, Romly, Budi, Endro, Ika ayu, Im, Zeprika, Devika, Yusnia dan Zhullaikha yang selalu berbagi motivasi dan ilmu.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu di sini, yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Ponorogo, 16 Desember 2015  
Penulis,

Ferika Candra Setiyawan

## ABSTRAK

**Setiyawan, Ferika Candra. 2015.** Teorema Saccheri Legendre dan Beberapa Akibatnya pada Geometri Netral. Program Studi Pendidikan Matematika. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Muhammadiyah Ponorogo. Pembimbing: Dr. Julan Hernadi, M.Si

Geometri netral adalah geometri yang terbentuk dari empat postulat awal Euclid tanpa berdasarkan postulat kesejajaran Euclid. Geometri netral juga dilengkapi dengan sistem aksioma keantaraan, sistem aksioma urutan, dan sistem aksioma kekongruenan tentang ruas garis, sudut, dan segitiga. Dalam geometri netral terdapat suatu teorema yang menarik untuk dipelajari dan diteliti yaitu teorema Saccheri Legendre. Teorema ini menyatakan bahwa jumlah besar sudut sebarang segitiga kurang dari atau sama dengan  $180^\circ$ . Teorema ini berbeda dari teorema jumlah sudut sebarang segitiga yang ada di geometri Euclid, yaitu sama dengan  $180^\circ$ . Skripsi ini dibahas terkait dengan pembuktian teorema Saccheri Legendre dan beberapa akibatnya.

Pada penelitian ini digunakan metode studi literatur dengan sumber informasi data berasal dari artikel ilmiah seperti buku-buku, jurnal ilmiah, dan bahan lain yang berkaitan dengan teorema Saccheri Legendre. Penelitian ini dimulai dari pembahasan tentang aksioma keantaraan dan kekongruenan, beberapa postulat, definisi dan teorema dasar seperti teorema sudut luar dan teorema alternatif sudut dalam serta beberapa sifat Archimedes untuk bilangan real. Kemudian dijelaskan juga tentang dua Lemma dasar yang digunakan untuk membuktikan teorema Saccheri Legendre.

Berdasarkan penelitian ini dapat diungkap bahwa dalam geometri netral juga terdapat istilah kesejajaran garis meskipun tidak menggunakan postulat kesejajaran Euclid. Diperoleh juga bahwa pembuktian teorema Saccheri Legendre dapat dijelaskan dan diterima secara logis, tetapi sulit untuk diilustrasikan secara grafis. Teorema ini tidak bertentangan dengan teorema jumlah sudut segitiga yang ada di geometri Euclid. Terdapat beberapa akibat yang dapat diturunkan dan dibuktikan dengan teorema Saccheri Legendre ini. Selain itu dibahas ekuivalensi postulat kesejajaran Euclid dan Hilbert, dan keberadaan persegi panjang dalam geometri netral.

**Kata Kunci:** Geometri netral, teorema Saccheri Legendre, postulat kesejajaran, persegi panjang



## ABSTRACT

**Setiyawan, Ferika Candra. 2015.** *Saccheri Legendre Theorem and The Some Corollaries on Neutral Geometry.* Department of Mathematic Education. Faculty of Teacher Training and Education. Muhammadiyah University of Ponorogo. Advisor : Dr. Julan Hernadi, M.Si

A Neutral Geometry is the geometry based on the four Euclid's postulates without the Euclid parallel postulate. It is also completed with the axiom system of betweenness, axiom system of ordered, and axiom system of congruence in particular line segment, angle, and triangle. In the neutral geometry, there is an interesting theorem to be learned and observed that is the Saccheri Legendre theorem. This theorem states that amount of the sum of the degree measures of all angles in any triangle is less than or equal to  $180^\circ$ . This theorem is different from the theorem in the Euclid geometry in which the amount of the sum is  $180^\circ$ . This study is concerned with the proof of the Saccheri Legendre theorem together with it's some corollaries.

This research is a kind of literature study where the source of information for data arises from scientific articles such as text books, journals, and relevant research reports. The discussion of this research is started from the axiom of betweenness and congruence, the postulates, the definition, and the basic theorem that are exterior angle theorem and alternate interior angle theorem along with characteristics of Archimedes for real number. Then, it explains two basic Lemmas to be used on proofing of the Saccheri Legendre theorem.

Based on this research, it is discovered that there is a lines parallelism concept on the neutral geometry although not using the Euclid parallel postulate. It is obtained that the proof of the Saccheri Legendre theorem can be accepted logically, but the difficult to illustrate using grafic. This theorem is in line with the theorem in Euclid geometry. There are some corollaries appear that can be proofed based on this Saccheri Legendre theorem. Besides that, it is discussed the equivalence of Euclide and Hilbert parallel postulates and the existence of rectangle in the neutral geometry.

**Key word:** Neutral Geometry, Saccheri Legendre theorem, parallel postulate, rectangle.

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	v
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	vi
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>ABSTRAK</b> .....	viii
<b>ABSTRACT</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Identifikasi Masalah .....	2
1.3 Batasan Masalah .....	2
1.4 Rumusan Masalah .....	3
1.5 Tujuan Penelitian .....	3
1.6 Manfaat Penelitian .....	3
1.7 Metode Penelitian .....	3
1.8 Sistematika Penulisan .....	4
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b> .....	5
2.1 Proposisi, Aksioma Keantaraan dan Aksioma Kongruensi .....	5
2.2 Teorema Alternatif Sudut Dalam .....	6
2.3 Teorema Sudut Luar .....	8
2.4 Teorema Ukuran Sudut dan Panjang Garis .....	10
2.5 Sifat Archimedes untuk Bilangan Real .....	10
2.6 Metode Pembuktian .....	11
<b>BAB III PEMBAHASAN</b> .....	12
3.1 Teorema Saccheri Legendre .....	12
3.2 Ekuivalensi Postulat Kesejajaran .....	16
3.3 Jumlah Sudut dari Segitiga .....	18
3.4 Teorema Hubungan Jumlah Sudut Segitiga dan Persegi Panjang .....	20
<b>BAB IV PENUTUP</b> .....	23
4.1 Kesimpulan .....	23
4.2 Saran .....	24
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	25

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 1.1</b>	Ilustrasi Postulat Kelima .....	1
<b>Gambar 2.1</b>	Ilustrasi Proposisi 2.1 .....	5
<b>Gambar 2.2</b>	Ilustrasi Aksioma 2.1 .....	5
<b>Gambar 2.3</b>	Ilustrasi Aksioma 2.2 .....	5
<b>Gambar 2.4</b>	Ilustrasi Definisi 2.1 .....	6
<b>Gambar 2.5</b>	Ilustrasi Sudut Alternatif Dalam .....	6
<b>Gambar 2.6</b>	Ilustrasi Teorema 2.1 .....	6
<b>Gambar 2.7</b>	Ilustrasi Akibat 2.1 .....	7
<b>Gambar 2.8</b>	Ilustrasi Akibat 2.2 .....	7
<b>Gambar 2.9</b>	Ilustrasi Teorema 2.2 .....	8
<b>Gambar 2.10</b>	Ilustrasi Proposisi 2.2 .....	9
<b>Gambar 2.11</b>	Ilustrasi Proposisi 2.3 .....	9
<b>Gambar 2.12</b>	Ilustrasi Proposisi 2.4 .....	9
<b>Gambar 2.13</b>	Ilustrasi Proposisi 2.5 (a) dan 2.5 (b) .....	9
<b>Gambar 3.1</b>	Ilustrasi Lemma 3.1 .....	12
<b>Gambar 3.2</b>	Ilustrasi Lemma 3.2 .....	13
<b>Gambar 3.3</b>	Ilustrasi Teorema Saccheri Legendre .....	14
<b>Gambar 3.4</b>	Ilustrasi Akibat 3.1 .....	15
<b>Gambar 3.5</b>	Ilustrasi Segi Empat Cembung .....	15
<b>Gambar 3.6</b>	Ilustrasi Bukan Segi Empat Cembung .....	15
<b>Gambar 3.7</b>	Ilustrasi Postulat Kesejajaran Euclid .....	16
<b>Gambar 3.8</b>	Ilustrasi Postulat Kesejajaran Hilbert .....	17
<b>Gambar 3.9</b>	Ilustrasi Postulat Kesejajaran Hilbert → Kesejajaran Euclid .....	17
<b>Gambar 3.10</b>	Ilustrasi Postulat Kesejajaran Euclid → Kesejajaran Hilbert .....	18
<b>Gambar 3.11</b>	Ilustrasi Teorema 3.3 .....	19
<b>Gambar 3.12</b>	Ilustrasi Akibat 3.3 .....	19
<b>Gambar 3.13</b>	Ilustrasi $\triangle ABC$ .....	20
<b>Gambar 3.14</b>	Ilustrasi Persegi Panjang BDCE .....	20
<b>Gambar 3.15</b>	Ilustrasi Persegi Panjang ABCD .....	21
<b>Gambar 3.16</b>	Ilustrasi Teorema 3.6 .....	21
<b>Gambar 3.17</b>	Ilustrasi Persegi Panjang ABCD .....	22