

**RUANG DASAR DAN MODEL PROYEKSI STEREOGRAFIK
PADA GEOMETRI HIPERBOLIK**

SKRIPSI

Skripsi ini Disusun untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Guna Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan



Oleh :

FUAD ARIANTO

11321473

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

2016



UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
MUHAMMADIYAH PONOROGO
(STATUS TERAKREDITASI)

Alamat : Jalan Budi Utomo Nomor 10 Telepon (0352) 481124
Fax (0352) 461796 Ponorogo 63471

HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi oleh **Fuad Arianto** dengan judul ini telah diperiksa dan disetujui untuk diuji

Ponorogo, Maret 2016

Pembimbing

Dr. Julan Hernadi M.Si

NIK. 19670705 199303 1 003



UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
MUHAMMADIYAH PONOROGO
(STATUS TERAKREDITASI)

Alamat : Jalan Budi Utomo Nomor 10 Telepon (0352) 481124
Fax (0352) 461796 Ponorogo 63471

HALAMAN PENGESAHAN

Tugas akhir dengan judul “**Ruang Dasar dan Model Proyeksi Stereografik Pada Geometri Hiperbolik**” oleh **Fuad Arianto** ini telah dipertahankan di depan tim penguji 2016

Tim Penguji

Dr. Julian Hernadi M.Si
NIK. 19670705 199303 1 003

Ketua

Erika Eka Santi M.Si
NIK. 19811212 20091213

Anggota

Senja Putri Merona, S.Si, M.Pd
NIK. 19900617 201509 14

Anggota

Mengetahui,

Dekan

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan



Dr. BAMBANG HARMANTO, M.Pd
NIP. 19710823 20050110 01

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Fuad Arianto

NIM : 11321473

Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Program Studi : Pendidikan Matematika

Judul Skripsi : Ruang Dasar dan Model Proyeksi Stereografik Pada Geometri Hiperbolik

Menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya saya sendiri, bukan merupakan duplikasi atau memindah data milik orang lain yang secara tertulis dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka

Selanjutnya apabila dikemudian hari terbukti disusun orang lain, ada penjiplakan, duplikasi, atau memindah data orang lain baik secara keseluruhan atau sebagian tanpa disebutkan dalam daftar pustaka, maka bukan menjadi tanggung jawab Dosen pembimbing dan/ atau Pengelola Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo, melainkan menjadi tanggung jawab saya sendiri.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademik.

Ponorogo, Maret 2016

Menyatakan

Fuad Arianto

NIM. 11321473

PERSEMBAHAN

***Segala puji bagi Allah SWT. Allah SWT. semesta alam. Shalawat serta salam tetap
tercurahkan kepada Rosululloh SAW.***

*Terima kasih saya sampaikan kepada semua dosen yang senantiasa mencurahkan
ilmunya kepada saya*

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

*Kedua orang tua tercinta yaitu Sumarkum dan Ummu Baroroh, yang selalu memberikan
dukungan dan do'anya*

*Adikku tersayang Zaky Haidar Falah, yang suka mengganggu tapi memberikan motivasi
sepenuhnya*

*Untuk teman-teman program studi matematika angkatan 2011 khususnya kelas C yang
telah menemani perjuangan menuju gelar sarjana pendidikan*

*Untuk sahabat-sahabatku Alan, Annisa, Budi, Elvira, Enggar, Ferika, Hilal,
Imroatul, Mbak Dina, Ika, dan Zeprika*

*Untuk sahabat-sahabat dolanku Dahlan, Imron, Joko, Mas Zainul, Mas Arik yang sering
mengajak refreshing ketika lagi suntuk dan buntu*

*Teman-teman Tim futsal Prodi Matematika yang telah kerja sama menorehkan sejarah
kemenangan prodi matematika*

Kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini

MOTTO

“Trying, Praying, and Confident. Yakinlah terhadap usaha yang kau lakukan, sisipkanlah doa pada setiap usaha tersebut, dan hasil tidak akan pernah mengkhianatinya”

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, karunia dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Ruang Dasar dan Model Proyeksi Stereografik Pada Geometri Hiperbolik”. Skripsi ini disusun untuk menyelesaikan program studi S1 Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo.

Keberhasilan penulis dalam menyelesaikan skripsi, tidak lepas dari bimbingan, arahan, dan bantuan dari berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Drs. H. Sulton, M.Si selaku rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Bambang Harmanto, M.Pd selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
3. Dr. Julan Hernadi, M.Si selaku Ketua program studi Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
4. Dr. Julan Hernadi, M.Si sebagai dosen pembimbing yang penuh kesabaran dan keikhlasan dalam membantu penulis menyusun skripsi ini sampai selesai.
5. Bapak dan ibu dosen program studi matematika yang telah memberikan ilmu-ilmunya.
6. Bapak, Ibu, Adik, dan keluarga tercinta yang selalu memberikan dukungan, tuntunan, dan selalu mendoakan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
7. Teman-teman program studi matematika Unmuh Ponorogo angkatan 2011.
8. Teman-teman tim futsal Prodi Matematika yang telah kerja sama menorehkan sejarah kemenangan prodi matematika.
9. Keluarga Matik C yang selama 4 tahun berjuang dalam menggapai gelar sarjana dan memenangkan kejuaraan futsal bersama.
10. Teman-teman satu dosen bimbingan yang saling memberikan motivasi dan semangat.
11. Untuk seseorang yang mungkin merasa akan menjadi jodohku kelak.
12. Berbagai pihak lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang juga turut mendukung terselesaikannya skripsi ini.

Semoga Allah SWT senantiasa berkenan untuk memberikan balasan kepada semua pihak yang turut membantu penulis. Penulis juga menyadari sepenuhnya, bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu mengharapakan kritik dan saran dari semua pihak yang membaca skripsi ini.

Akhirnya dengan segala kerendahan hati, penulis mengharapkan ridla Allah SWT.
Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Ponorogo, Maret 2016

Penulis

Fuad Arianto

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
PPERNYATAAN KEASLIAN.....	iv
PERSEMBAHAN	v
MOTTO.....	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
ABSTRAK	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Identifikasi Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Rumusan Masalah	3
1.5 Tujuan Penelitian	3
1.6 Manfaat Penelitian.....	3
1.7 Metode Penelitian.....	3
1.8 Sistematika Penulisan.....	4
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Bilangan Kompleks	5
2.2 Bidang Kompleks	5
2.3 Vektor.....	6
2.4 Nilai Mutlak dan Jarak	6
2.5 Metrik Sebagai Perumuman Jarak.....	7

2.6 Panjang Busur dan Sinus.....	9
BAB 3 PEMBAHASAN	
3.1 Model Untuk Bidang Hiperbolik.....	10
3.2 Definisi Garis Hiperbolik	10
3.3 Kesejajaran Pada Bidang Paruh Atas $\mathbb{H}$	13
3.4 Proyeksi Stereografik (<i>Stereographic Projection</i>)	17
BAB 4 PENUTUP	
4.1 Simpulan.....	22
4.2 Saran.....	22
Daftar Pustaka	23

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1.1 Ilustrasi postulat kelima	1
Gambar 2.1 Bidang z	5
Gambar 2.2. z sebagai vektor posisi pada bidang x, y	6
Gambar 2.3. Garis bilangan (atas) dan jarak antara 2 dan 7 (bawah)	7
Gambar 2.4. Panjang busur PQ adalah θ (radian)	9
Gambar 2.5. Ilustrasi sinus θ	9
Gambar 3.1. Bidang paruh atas $\mathbb{H}$ dalam bidang kompleks $\mathbb{C}$	10
Gambar 3.2. Dua tipe garis hiperbolik pada $\mathbb{H}$	11
Gambar 3.3. Titik P dan Q berada pada $\mathbb{H}$	11
Gambar 3.4. Garis hiperbolik tipe 1	12
Gambar 3.5. Garis Euclid yang melewati P dan Q tidak tegak lurus $\mathbb{R}$	12
Gambar 3.6. Garis hiperbolik tipe 2	13
Gambar 3.7. Dua garis sejajar pada $\mathbb{H}$	13
Gambar 3.8. Dua garis sejajar berjarak sama pada $\mathbb{H}$	14
Gambar 3.9. Titik P dan garis hiperbolik ℓ pada $\mathbb{H}$	15
Gambar 3.10. ℓ_2 adalah garis hiperbolik yang melewati P dan sejajar ℓ	15
Gambar 3.11. Perpotongan $\mathbb{H} \cap A$ adalah garis hiperbolik kedua pada $\mathbb{H}$	16
Gambar 3.12. Perpotongan $\mathbb{H} \cap D$ adalah garis hiperbolik yang sejajar ℓ	16
Gambar 3.13. Perpotongan $\mathbb{H} \cap E$ adalah garis hiperbolik yang sejajar ℓ	17
Gambar 3.14. $\xi(Z_1) = z_1$ adalah proyeksi stereografik Z_1 pada bidang $\mathbb{C}$	17
Gambar 3.15. z_2 pada $\mathbb{C}$ bersesuaian dengan Z_2 pada $\mathbb{R}^3$	19
Gambar 3.16. Segitiga NOz_1 dan NAZ_1 sebangun	20
Gambar 3.17. Proyeksi stereografik adalah konformal	21
Gambar 3.18. Grafik $y = \alpha$ dan $y = \sin \alpha$	21

ABSTRAK

Arianto, Fuad. 2015. Ruang Dasar dan Model Proyeksi Stereografik Pada Geometri Hiperbolik. Program Studi Pendidikan Matematika. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Muhammadiyah Ponorogo.

Pembimbing: Dr. Julan Hernadi, M.Si

Geometri Non-Euclid adalah salah satu pengklasifikasian geometri yang tercipta karena usaha para matematikawan untuk membuktikan postulat kelima. Banyak matematikawan menganggap bahwa postulat kelima Euclid bukanlah postulat tetapi dapat dibuktikan dengan empat postulat lainnya. Lalu dalam geometri ini dibedakan lagi menjadi 2 macam, yaitu geometri hiperbolik dan geometri neutral. Geometri Hiperbolik ini masih berdasarkan empat postulat awal tetapi berbeda pada postulat kelimanya. Pada skripsi ini dibahas tentang ruang dasar dan model proyeksi stereografik pada geometri hiperbolik.

Pada penelitian ini digunakan metode studi literatur dengan sumber informasi data berasal dari artikel ilmiah seperti buku yang berjudul *Hyperbolic Geometry*, dan *Euclidean and Non-Euclidean Geometries : Development and History*, jurnal ilmiah yang berjudul "Hyperbolic Geometry", dan bahan lain yang berkaitan dengan ruang dasar dan model proyeksi stereografik pada geometri Hiperbolik. Pertama-tama pada penelitian ini dibahas tentang definisi bilangan kompleks, vektor, bidang kompleks $\mathbb{C}$, nilai mutlak, dan konsep jarak pada ruang Euclid. kemudian, konsep bidang paruh atas dalam bidang kompleks $\mathbb{C}$, garis hiperbolik, dan kesejajaran garis. Kemudian dibahas tentang model proyeksi stereografik pada $\mathbb{C}$, dan proyeksi stereografik adalah konformal (sudut-sudut yang diawetkan).

Berdasarkan penelitian ini dapat diungkap bahwa dalam geometri hiperbolik terdapat definisi garis hiperbolik. Kesejajaran garis yang berbeda dengan konsep kesejajaran pada geometri Euclid. Lalu terdapat model proyeksi stereografik pada bidang kompleks $\mathbb{C}$. Karena model ini terbentuklah dua segitiga yang sebangun. Terungkap juga proyeksi stereografik adalah konformal, yaitu adanya sudut-sudut yang diawetkan karena bidang yang menyinggung suatu titik pada daerah $S^2 - \{N\}$. Hasil ini adalah akibat karena model proyeksi stereografik pada bidang kompleks $\mathbb{C}$.

Kata Kunci: Geometri Non-Euclid, Geometri Hiperbolik, Proyeksi Stereografik

ABSTRACT

Arianto, Fuad. 2015. Basic Spaces and Model of Stereographic Projection in the Hyperbolic Geometry.
Department of Mathematic Education. Faculty of Teacher Training and Education.
Muhammadiyah University of Ponorogo.
Advisor : Dr. Julan Hernadi, M.Si

The non-Euclid Geometry is a one of geometry classification it was born as mathematicians trying to prove fifth postulate. Some mathematicians considered the fifth postulate was not suitable to be a distinct postulate, because it can be proven through other four postulates. Then, in this geometry divided into two kind again, that is hyperbolic geometry and neutral geometry. Hyperbolic geometry have a building on four Euclid postulate but fifth postulate is different. This research concerned about basic spaces and model of stereographic projection in the hyperbolic geometry.

This research is a kind of literature study where the source of information for data arises from scientific articles such as text books namely Hyperbolic Geometry, and Euclidean and Non-Euclidean Geometries : Development and History, the journal of titled Hyperbolic Geometry, and relevant research reports to be related about basic space and model of stereographic projection in the hyperbolic geometry. First in this research discussed about definition of complex numbers, the vector, complex plane $\mathbb{C}$, absolute value and concept of distance in the euclidean spaces. Concept of upper half plane in the complex plane $\mathbb{C}$, the hyperbolic lines, and the parallelism of lines. Then, it explains about the concept of stereographic projection in $\mathbb{C}$ and stereographic projection is conformal (preservation of angles).

Based on this research, it is discovered that there is a definition for a hyperbolic lines on the hyperbolic geometry, the parallelism of lines that is very different to the parallelism concept on Euclid geometry. Then, there is a stereographic projection model in complex plane $\mathbb{C}$. There is similarity of two triangles because this model. There is a preservation of angles because tangent plane in any point of $S^n - \{N\}$ map. That is some consequence from stereographic projection model in the complex plane.

Key word: Non-Euclid Geometry, Hyperbolic Geometry, Stereographic Projection