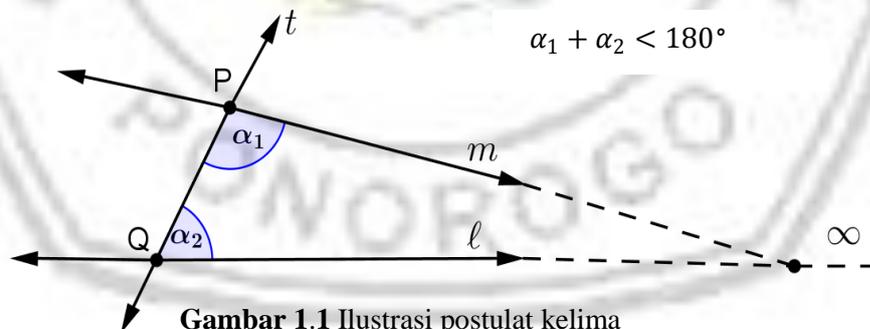


BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geometri merupakan salah satu cabang dari matematika yang memuat konsep mengenai titik, garis, bidang dan benda-benda ruang beserta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya, antara satu dengan yang lain. Kata geometri berasal dari bahasa Yunani *geometrein*, *geo* artinya bumi dan *metrein* artinya untuk mengukur. Geometri kuno sebenarnya adalah kumpulan proses aturan dari pengalaman yang berhasil dicapai melalui suatu percobaan, analogi dari pengamatan, menebak, dan kadang-kadang datang dari intuisi (Greenberg, 1994 : 6). Abstraksi geometri dalam dunia nyata adalah tiga dimensi panjang, lebar, dan tinggi dan secara umum meniadakan kualitas lain seperti warna, kasar atau halus permukaan. Geometri mampu membakukan bentuk-bentuk yang sama pada alam supaya dapat dipahami oleh semua orang di dunia.

Dalam matematika, geometri umumnya diklasifikasikan menjadi dua jenis, Euclid dan non-Euclid. Geometri Euclid sangat erat kaitannya dengan matematikawan Yunani, Euclid. Dia menghasilkan karya yang monumental dalam geometri, *The Element* yang terdiri dari 13 bagian buku (Greenberg, 1994 : 9). Dalam geometri ini, terdapat lima postulat (aksioma/teorema) yang sangat terkenal. Empat postulat pertama sangat jelas dan mudah dibuktikan, tetapi postulat yang kelima menimbulkan perdebatan diantara para matematikawan. Postulat kelima tersebut dikenal dengan postulat kesejajaran geometri Euclid. Isi dari postulat kelima tersebut secara garis besar adalah “Jika suatu garis lurus t memotong dua garis lurus l dan m dimana garis l dan m membentuk sudut dalam sepihak kurang dari 180° maka kedua garis ini akan berpotongan.”



Gambar 1.1 Ilustrasi postulat kelima

Banyak matematikawan yang mencoba membuktikan postulat kelima ini. Usaha mereka gagal, tapi tidak sia-sia. Karena dari usaha tersebut mengakibatkan munculnya geometri non-Euclid.

Geometri non-Euclid masih berdasarkan empat postulat pertama dari Euclid dan hanya berbeda pada postulat kelimanya. Ada dua macam geometri non-Euclid. Pertama ditemukan hampir bersamaan oleh 3 tokoh berlainan dan masing-masing bekerja sendiri. Tokoh-tokoh tersebut adalah Karl Friedrich Gauss dari Jerman, Yonos Bolyai dari Hongaria, dan Nicolai Ivanovitch Lobachevsky dari Rusia, geometri ini disebut geometri Lobachevsky (geometri hiperbolik). Yang kedua adalah geometri yang ditemukan oleh G.F.B. Bernhard Riemann dari Jerman, geometri ini disebut geometri Elliptik atau geometri Riemann (Cannon, 1997 : volume 31).

Geometri hiperbolik berlandaskan empat postulat awal Euclid dan postulat kelima pada geometri hiperbolik berbeda dengan geometri Euclid. Postulat kelima ini didapatkan dengan mengambil kontradiksi dari postulat kesejajaran pada geometri Euclid, dan disebut postulat kesejajaran geometri hiperbolik. Secara garis besar bunyi postulatnya adalah “melalui satu titik di luar sebuah garis dapat dibuat lebih dari satu garis (tepatnya dua garis) yang sejajar dengan garis tersebut”. Geometri hiperbolik ini erat kaitannya dengan bidang kompleks \mathbb{C} , karena beberapa materi dasar yang dikenalkan pada geometri hiperbolik ini disajikan pada bidang kompleks \mathbb{C} yaitu konsep bidang paruh atas pada bidang kompleks \mathbb{C} , definisi garis hiperbolik dan kesejajaran garis pada bidang paruh atas. Dalam materi ini diberikan juga model proyeksi stereografik pada \mathbb{C} .

Proyeksi stereografik adalah sebuah titik pada bidang \mathbb{C} yang merupakan proyeksi suatu titik yang menyinggung bola satuan pada ruang Euclid \mathbb{R}^3 . Model ini disajikan pada dua bidang yang berbeda, bidang datar dan bidang ruang. Akibat proyeksi stereografik terbentuk dua segitiga yang sebangun. Teorema model ini mengatakan bahwa proyeksi stereografik adalah konformal (sudut-sudut yang diawetkan) karena adanya bidang singgung di suatu titik pada bola satuan.

Geometri hiperbolik ini tergolong baru karena ditemukan pada abad ke-19. Pada perkuliahan sendiri belum pernah dibahas secara detail khususnya pada prodi pendidikan matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo. Berdasarkan hal tersebut, dalam penelitian ini penulis akan melakukan penelitian tentang ruang dasar dan model proyeksi stereografik pada geometri hiperbolik.

1.2 Identifikasi Masalah

Untuk memberikan pengenalan masalah pada penelitian ini maka diperlukan identifikasi pada materi yang dibahas. Identifikasi masalah yang didasarkan pada latar belakang adalah sebagai berikut:

1. Hubungan geometri Euclid dengan geometri hiperbolik.
2. Konsep kesejajaran pada geometri hiperbolik.
3. Adanya bola satuan S^n berdimensi n pada ruang Euclid \mathbb{R}^{n+1} .
4. Adanya sifat-sifat proyeksi stereografik.

1.3 Batasan Masalah

Untuk memberikan gambaran yang jelas dalam penelitian ini, maka diperlukan suatu pembatasan terhadap masalah yang dibahas. Batasan masalah yang didasarkan pada latar belakang adalah sebagai berikut:

1. Membahas tentang konsep bidang paruh atas pada \mathbb{C} .
2. Membahas definisi garis hiperbolik.
3. Membahas tentang kesejajaran garis.
4. Pada penelitian ini diambil $n = 2$.
5. Membahas tentang model proyeksi stereografik.
6. Membahas model proyeksi stereografik yang bersifat konformal (sudut-sudut yang diawetkan).

1.4 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana perbedaan konsep garis dan kesejajaran pada geometri hiperbolik dibandingkan dengan geometri Euclid?
2. Bagaimana pendefinisian proyeksi stereografik pada bidang kompleks \mathbb{C} ?
3. Bagaimana pembuktian salah satu sifat proyeksi stereografik yang bersifat konformal (mengawetkan sudut)?

1.5 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui perbedaan konsep garis dan kesejajaran pada geometri hiperbolik dibandingkan dengan geometri Euclid.
2. Untuk mengetahui pendefinisian proyeksi stereografik di bidang kompleks \mathbb{C} .
3. Untuk mengetahui teorema proyeksi stereografik yang bersifat konformal (mengawetkan sudut).

1.6 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat untuk berbagai pihak. Adapun manfaatnya adalah sebagai berikut:

1. Bagi penulis
Bagi penulis, skripsi ini akan menambah wawasan dalam mempelajari bidang ilmu geometri, khususnya geometri hiperbolik.
2. Bagi pembaca
Bagi pembaca, skripsi ini akan menambah pengetahuan tentang ruang dasar dan model proyeksi stereografik pada geometri hiperbolik.
3. Bagi perpustakaan
Bagi perpustakaan, skripsi ini akan menambah referensi baru yang berhubungan dengan geometri hiperbolik.

1.7 Metode penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini dijabarkan menjadi empat topik sebagai berikut:

1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah penelitian kepustakaan atau studi literatur. Studi literatur merupakan serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca buku-buku, jurnal, tulisan-tulisan hasil penelitian yang berkaitan dengan judul penelitian ini dan mencatatnya serta mengolah bahan penelitian yang didapatkan.

2. Data dan Sumber Data

Dalam penelitian ini ada beberapa data yang digunakan secara keseluruhan. Data tersebut diambil dari buku-buku teks dan jurnal-jurnal ilmiah yang berkaitan dengan judul penelitian. Sedangkan sumber data yang penulis gunakan sebagai bahan rujukan utama adalah buku yang berjudul "*Hyperbolic Geometry*" yang ditulis oleh James W.

Anderson. Selain itu penulis juga menggunakan buku yang berjudul “*Euclidean dan Non Euclidean Geometries (Development and History)*” yang ditulis oleh Marvin Jay Greenberg dan buku yang ditulis Dennis G. Zill dan Patrick D. Shanahan berjudul “*A First Course In Complex Analysis With Application*”. Berbagai Jurnal Internasional salah satunya seperti Jurnal dengan judul “*Hyperbolic Geometry*” yang ditulis oleh James W. Cannon, William J. Floyd, Richard Kenyon, dan Walter R. Parry.

3. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dilakukan dengan membaca sumber-sumber data yang telah diperoleh dari kepustakaan selanjutnya dianalisis dan dirumuskan serta dicatat sebagai data dalam penelitian.

4. Teknik Analisis Data

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam menganalisis data adalah sebagai berikut:

- a. Menjelaskan beberapa definisi pembahasan masalah beserta ilustrasinya.
- b. Menjelaskan beberapa materi dasar yang terkait dengan geometri hiperbolik.
- c. Selanjutnya menjelaskan tentang model proyeksi stereografik pada \mathbb{C} .
- d. Menjelaskan pembuktian proyeksi stereografik adalah konformal (sudut-sudut yang diawetkan).

1.8 Sistematika Penulisan

Agar penelitian ini lebih terarah dan mudah dipahami oleh pembaca, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab dan setiap babnya terbagi dalam beberapa subbab dengan penjelasan sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Pada bab ini diuraikan mengenai latar belakang masalah, identifikasi masalah, pembatasan masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II : LANDASAN TEORI

Pada bab ini penulis mengemukakan teori yang menjadi landasan materi inti. Landasan teori yang disajikan meliputi beberapa definisi dan contoh serta materi dasar yang berkaitan dengan materi inti.

BAB III : PEMBAHASAN

Pada bab ini dijabarkan mengenai pembahasan masalah inti penelitian. Pembahasan ini berupa konsep bidang paruh atas dalam \mathbb{C} , definisi garis hiperbolik, dan kesejajaran garis. Setelah itu disajikan model proyeksi stereografik pada \mathbb{C} , dan teorema proyeksi stereografik adalah konformal (sudut-sudut yang diawetkan).

BAB IV : PENUTUP

Pada bab ini penulis memaparkan kesimpulan yang diperoleh dari keseluruhan hasil pembahasan, dan saran-saran serta harapan yang dapat penulis sampaikan kepada berbagai pihak yang terkait dengan bahasan penelitian ini terutama bagi pembaca.