SIMULASI NUMERIK ESTIMASI PARAMETER MODEL DTMC SIS MENGGUNAKAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) DENGAN PENDEKATAN NEWTON-RAPHSON

Oleh
ELSA HERLINA AGUSTIN
12321577

Skripsi Ini Ditulis untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan guna Mendapatkan Gelar Sarjana Pendidikan

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO
2016

ABSTRAK

ELSA HERLINA AGUSTIN: Simulasi Numerik Estimasi Parameter Model DTMC SIS menggunakan Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan Pendekatan Newton-Raphson. **Skripsi Ponorogo: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2016.**

Penelitian ini bertujuan mengeksplorasi model matematika yang mendeskripsikan penyebaran penyakit tipe SIS dengan asumsi tanpa kelahiran dan kematian. Pada eksplorasi ini parameter model DTMC SIS diestimasi dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), kemudian melalui simulasi numerik diamati pengaruh estimator yang diperoleh terhadap pola penyebaran penyakit tipe SIS.

Penelitian ini merupakan penelitian kajian pustaka. Langkah pertama yang dilakukan pada penelitian ini adalah menyusun model DTMC SIS dengan asumsi tanpa kelahiran dan kematian dengan memanfaatkan model SIS deterministik dengan asumsi yang sama. Selanjutnya, parameter model DTMC SIS diestimasi menggunakan metode MLE. Implementasi metode MLE menghasilkan sistem persamaan taklinear yang cukup rumit. Sistem persamaan ini diselesaikan dengan pendekatan numerik yaitu metode Newton-Raphson. Selanjutnya berbagai simulasi numerik dilakukan untuk melihat pengaruh parameter terestimasi ini terhadap pola penyebaran penyakit tipe SIS.

Hasil penelitian pada pengambilan nilai awal yang berbeda-beda dan toleransi yang sama, menunjukkan bahwa estimator parameter model DTMC SIS konvergen ke nilai taksiran parameter β dan parameter γ dengan kecepatan konvergensi yang berbeda-beda pula. Selain itu, pola penyebaran penyakit tipe SIS ternyata dipengaruhi oleh parameter β, parameter γ, nilai awal banyaknya individu sehat tapi rentan, dan nilai awal banyaknya individu terinfeksi.

Kata Kunci : simulasi numerik, estimasi parameter, model DTMC SIS, Metode MLE, metode Newton-Raphson.

ABSTRACT

ELSA HERLINA AGUSTIN: *Numerical Simulation of Estimation Parameter DTMC SIS Model Using Maximum Likelihood Estimation (MLE) Method with Newton-Raphson Approach*. **Skripsi. Ponorogo: Mathematic Department, Muhammadiyah University of Ponorogo, 2016.**

This research aims to explore mathematical model that describes SIS type disease spread without birth and death assumption. In this exploration, the parameters of DTMC SIS model are estimated by Maximum Likelihood Estimation (MLE) method, then through numerical simulation will be observed the effect of the estimator that obtained on the pattern of SIS type disease spread.

This research is literature review research. The first step that be done by researcher in this research is composing DTMC SIS model without birth and death assumption by using SIS deterministic model with the same assumption. Furthermore, the parameters of DTMC SIS model are estimated using MLE method. The implementation of MLE method produces nonlinear equation system that more complicated. This equation system is solved by using numerical approach, that is Newton-Raphson method. Furthermore, the various numerical simulations are conducted to find the effect of this estimated parameter on the pattern of SIS type disease spread.

The result show that at taking different initial values and same tolerance, estimator parameters of DTMC SIS model are convergent to the estimated value of β parameter (spread rate) and γ parameter (recovery rate) Moreover, the pattern of SIS type disease spread in the fact is influenced by β parameter , γ parameter , initial value of the amount susceptible individual and initial value of the amount infected individual.

Keywords : *numerical simulation, parameter estimation, DTMC SIS model, MLE method, Newton-Raphson method*

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Elsa Herlina Agustin

NIM : 12321577

Program Studi : Pendidikan Matematika

dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang sepengetahuan saya dalam skripsi ini tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Ponorogo, 9 Agustus 2016

Yang membuat pernyataan,

Elsa Herlina Agustin

NIM. 12321577

LEMBAR PERSETUJUAN

SIMULASI NUMERIK ESTIMASI PARAMETER MODEL DTMC SIS MENGGUNAKAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) DENGAN PENDEKATAN NEWTON-RAPHSON

ELSA HERLINA AGUSTIN
12321577

Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan
guna mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

Menyetujui untuk diajukan pada ujian skripsi
Pembimbing,

Dr. Julan Hernadi, M.Si
NIP. 19670705 199303 1 003

LEMBAR PENGESAHAN

SIMULASI NUMERIK ESTIMASI PARAMETER MODEL DTMC SIS MENGGUNAKAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) DENGAN PENDEKATAN NEWTON-RAPHSON

ELSA HERLINA AGUSTIN
12321577

Dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo
tanggal : 23 Agustus 2016

TIM PENGUJI

Nama	Tanda Tangan
Dr. Julan Hernadi, M.Si. NIP. 19670705 199303 1 003	....
Senja Putri Merona, M.Pd. NIK. 19900617 201603 13	....
Arta Ekayanti, M.Sc. NIDN. 0718019101	....

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Ponorogo

Dr. Bambang Harmanto, M.Pd.
NIP. 19710823 200501 1 001

MOTTO

Barang siapa memudahkan urusan orang yang mengalami kesulitan, Allah akan memudahkannya di dunia dan akhirat

Jangan pernah berkata tidak bisa ketika belum mencoba dan menjalaninya. Selalu ada jalan bagi kita jika kita mau bersungguh-sungguh dan meminta kepada Nya.

Jadikan pendidikan menjadi salah satu prioritas dalam hidup dan keluarga menjadi semangat dalam menggapai impian.

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, alhamdulillahirobbil'alamin. Maha Suci Allah atas nikmat dan karunia Nya. Atas pertolongan Allah akhirnya saya dapat menyelesaikan karya tulis ini.

Karya sederhana ini kupersembahkan untuk keluarga tercinta:
Ibuku tercinta, Ibu Sunarsih
Ayahku tercinta, Alm. Bapak Mulyoto
Kakakku tercinta, Mas Anang
Om Sutris, Uti Kasmi dan keluargaku yang lain yang aku cintai.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan yang Mahakuasa. Atas rahmat dan taufikNya, penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi dengan judul "Simulasi Numerik Estimasi Parameter Model DTMC SIS menggunakan Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan Pendekatan Newton-Raphson". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan mencapai gelar Sarjana Pendidikan Matematika.

Penulis menyadari bahwa tidak sedikit kesulitan yang dialami selama menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis ucapkan terima kasih kepada pihak-pihak berikut ini:

1. Dr. Bambang Harmanto, selaku Dekan FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Dr. Julan Hernadi, M.Si, selaku Kaprodi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo sekaligus Dosen Pembimbing yang membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
3. Bapak Mashuri terimakasih sudah bersedia untuk mengajari saya materi skripsi yang saya belum pahami.
4. Keluarga tercinta, Ibu Sunarsih, Mas Anang, Uti Kasmi dan Om Sutris terima kasih atas doa, dukungan dan semangatnya selama ini.
5. Sahabat-sabahatku tercinta Putri, Yaning, Reni, dan Astin terima kasih atas dukungan dan semangatnya selama ini.
6. Teman-teman seperjuangan, Elok, Etik, Herdwi, Mifta, Mbak Ika, Nety, dan Nauval terima kasih atas dukungannya selama ini.
7. Teman-temanku Pendidikan Matematika angkatan 2012 terima kasih atas persahabatannya selama ini, dan semoga selamanya.
8. Semua pihak yang telah membantu terselesainya skripsi ini dan tidak bisa sebutkan satu per satu.

Semoga karya sederhana ini bermanfaat bagi pembaca.

Ponorogo, 9 Agustus 2016

Elsa Herlina Agustin

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMBANG

N	:	Total individu dalam populasi
$S(t)$	:	Banyaknya individu kelompok rentan pada waktu t
$I(t)$	:	Banyaknya individu kelompok infeksi pada waktu t
S	:	Kelompok individu sehat tetapi rentan
I	:	Kelompok individu terinfeksi
β	:	Laju penularan
γ	:	Laju pemulihan
β_n	:	Nilai β ke-n
γ_n	:	Nilai γ ke-n
β_{n-1}	:	Nilai β ke-$(n-1)$
γ_{n-1}	:	Nilai γ ke--$(n-1)$
$\hat{\beta}$	:	Estimator parameter β
$\hat{\gamma}$	:	Estimator parameter γ
$\frac{\beta}{N}S(t)I(t)$	:	Banyaknya individu pada kelompok rentan yang pindah ke kelompok infeksi akibat individu tersebut melakukan kontak dengan individu infeksi pada waktu t
$\gamma I(t)$	:	Banyaknya individu pada kelompok infeksi yang mengalami pemulihan pada waktu t.
$p_i(t)$	:	Probabilitas banyaknya individu terinfeksi pada waktu t
$p_{ij}(\Delta t)$	:	Probabilitas transisi dari keadaan i ke keadaan j dalam selang waktu Δt
$L(\beta,\gamma)$	:	Fungsi *likelihood* model DTMC SIS
$logL(\beta,\gamma)$	:	Logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS
$\frac{\partial logL(\beta,\gamma)}{\partial\beta}$	:	Turunan parsial pertama logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS terhadap β
$\frac{\partial logL(\beta,\gamma)}{\partial\gamma}$	:	Turunan parsial pertama logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS terhadap γ
$\frac{\partial^2 logL(\beta,\gamma)}{\partial\beta^2}$	:	Turunan parsial kedua logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS terhadap β
$\frac{\partial^2 logL(\beta,\gamma)}{\partial\beta\partial\gamma}$	:	Turunan parsial logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS terhadap β dan γ
$\frac{\partial^2 logL(\beta,\gamma)}{\partial\gamma^2}$	:	Turunan parsial kedua logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS terhadap γ
$\frac{\partial^2 logL(\beta,\gamma)}{\partial\gamma\partial\beta}$	:	Turunan parsial logaritma natural fungsi *likelihood* model DTMC SIS terhadap β dan γ
$\sum$	:	Jumlah
exp	:	Exponensial
ln	:	Logaritma natural

DAFTAR LAMPIRAN