

APLIKASI PROGRAM LINEAR DALAM MASALAH ALOKASI DENGAN MENGGUNAKAN PROGRAM DINAMIK

Erlia Sri Wijayanti

ABSTRAK

Dalam permasalahan sehari-hari, kita sering menggunakan salah satu cabang ilmu dalam matematika yaitu riset operasi yang berhubungan dengan prinsip optimisasi. Secara umum optimisasi adalah pencapaian suatu keadaan yang terbaik, misalnya memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah optimisasi adalah metode program linear. Permasalahan umum dalam program linear dapat dirumuskan sebagai model program dinamik. Dalam penelitian ini, untuk mencari penyelesaian yang optimal dalam program linear pada permasalahan alokasi sumber daya yang terbatas yaitu dengan menggunakan teknik program dinamik. Dalam program dinamik masalah dibagi menjadi bagian-bagian masalah yang lebih kecil, sehingga lebih mudah dalam mengevaluasi masalah tersebut. Program dinamik juga dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan program linear lebih dari 2 variabel. Tetapi dalam program dinamik tidak mempunyai rumusan matematika yang baku, perumusan masalahnya masih samar, sehingga menurut penghitungan hal itu tidak layak untuk beberapa masalah karena walaupun suatu masalah dapat diuraikan secara benar, pemecahan numerik tetap tidak dapat dicapai karena kerumitan proses optimisasi pada tiap-tiap tahap. Selain itu tidak adanya program komputer yang umum dari masalah program dinamik.

Kata Kunci : Masalah Alokasi Sumber Daya yang Terbatas, Program Linear, Program Dinamik

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari, ilmu yang berhubungan dengan riset operasi telah banyak digunakan dan diterapkan oleh manusia. Menurut Taha (1996:1), riset operasi merupakan metode untuk merumuskan permasalahan sehari-hari ke dalam bentuk model matematika agar mendapatkan hasil yang optimal. Salah satu masalah optimisasi tersebut adalah mengalokasikan sumber daya yang terbatas seperti lahan, waktu, biaya, modal, tenaga kerja, dsb agar mampu mendapatkan hasil yang optimal. Mendapatkan hasil yang optimal dapat berarti meminimumkan sesuatu yang merugikan atau memaksimalkan sesuatu yang menguntungkan. Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan alokasi tersebut adalah metode program linear.

Program linear merupakan suatu teknik perencanaan yang menggunakan model matematika dengan tujuan menemukan beberapa alternatif dari pemecahan masalah yang kemudian

dipilih mana yang terbaik untuk menyusun strategi dan langkah-langkah kebijakan tentang alokasi sumber daya yang terbatas agar mencapai tujuan atau sasaran yang diinginkan secara optimal dengan melibatkan variabel-variabel linear (Ernawati, 2009:1).

Ada beberapa metode untuk mencari penyelesaian optimal pada masalah program linear, yaitu metode grafik, metode simpleks, metode simpleks dua tahap, metode titik interior, dan sebagainya. Dalam penelitian ini, penulis menyelesaikan masalah program linear dengan menggunakan teknik program dinamik.

Program dinamik adalah suatu teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan proses pengambilan keputusan secara bertahap (Siagian, 1987: 238). Prosedur pemecahan permasalahan dalam program dinamik dilakukan secara rekursif. Hal ini berarti bahwa dalam mengambil keputusan kita harus memperhatikan keadaan yang dihasilkan oleh keputusan sebelumnya. Sehingga

hasil dari suatu keputusan (solusi) pada suatu tahap akan mempengaruhi keputusan tahap berikutnya.

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan teknik program dinamik untuk menyelesaikan masalah program linear. Karena masalah program linear secara umum dapat dirumuskan sebagai sebuah model program dinamik apalagi dalam permasalahan alokasi sumber daya yang terbatas. Selain itu, selama penulis melakukan studi matematika, penulis hanya dapat menyelesaikan masalah program linear dengan menggunakan metode simpleks dan metode grafik. Penulis juga ingin menambah pustaka bagi mahasiswa Program Studi Matematika dengan memperkenalkan alternatif metode lain untuk menyelesaikan masalah program linear tersebut.

B. Rumusan Masalah

Masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

Bagaimana cara mencari penyelesaian yang optimal dalam permasalahan alokasi sumber daya yang terbatas dengan menggunakan teknik program dinamik?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah mengetahui cara mencari penyelesaian yang optimal dalam permasalahan alokasi sumber daya yang terbatas dengan menggunakan teknik program dinamik.

D. Batasan Masalah

Batasan-batasan permasalahan yang dibahas pada penelitian ini, yaitu:

1. Masalah yang dibahas hanya dalam masalah alokasi sumber daya yang terbatas.
2. Penyelesaian masalah menggunakan program dinamik dengan menggunakan

pendekatan rekursif mundur.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini, yaitu:

1. Bagi penulis
 - a. Dapat memperkaya wawasan dan pengetahuan dalam penerapan program dinamik.
 - b. Dapat digunakan sebagai sarana untuk mengetahui kemampuan dan kreativitas keilmuan dalam mencari penyelesaian permasalahan alokasi sumber daya yang terbatas.

2. Bagi pihak lain

Untuk menambah pustaka mengenai cara mendapatkan hasil yang optimal dalam alokasi sumber daya yang terbatas dengan alternatif metode yang lain yaitu dengan menggunakan teknik program dinamik.

KAJIAN PUSTAKA

A. Program Linear

1. Definisi Program Linear

Program Linear adalah suatu teknik riset operasi yang digunakan dalam menentukan alokasi sumber daya alam yang terbatas dengan cara yang optimal untuk mencapai suatu tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan biaya.

2. Model Program Linear

Secara matematis bentuk baku atau bentuk program linear secara umum adalah sebagai berikut: (Susanta, 1994: 6)

Maksimumkan atau minimumkan

dengan kendala:

Untuk ,

dimana:

: fungsi tujuan

: koefisien fungsi tujuan ke- j

- : variabel keputusan ke- j
- : koefisien fungsi kendala ke- i untuk variabel ke- j
- : konstanta/suku tetap ke- i

3. Penyelesaian Program Linear dengan Metode Grafik

Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi dalam program linear adalah metode grafik. Metode grafik menggunakan grafik kendala sebagai alat untuk mencari titik optimum. Metode ini relatif mudah dikerjakan, tetapi banyaknya variabel keputusan hanya dua variabel saja. Variabel keputusan dalam model program linear menyatakan dimensi ruang.

Langkah-langkah penyelesaian program linear dengan metode grafik sebagai berikut:

1. Buat model matematika yang sesuai dengan masalah program linear yang ada.
2. Gambarkan sebuah bidang koordinat dengan kedua variabelnya sebagai sumbu koordinat.
3. Ubahlah masing-masing pertidaksamaan pada fungsi kendala menjadi persamaan. Kemudian gambarkan grafik persamaan fungsi kendala tersebut.
4. Tentukan daerah dalam grafik yang memenuhi semua kendala, daerah ini disebut daerah fisibel / daerah penyelesaian.
5. Tentukan koordinat titik-titik sudut daerah fisibel. Dan himpunan titik-titik sudut dari daerah fisibel tersebut disebut titik verteks.

6. Hitung nilai fungsi di titik-titik sudut daerah fisibel tersebut.
7. Cari titik yang menghasilkan nilai fungsi tujuan yang paling optimal sebagai penyelesaian masalah.

B. Masalah Alokasi Sumber Daya yang Terbatas

Model alokasi dalam permasalahan program linear merupakan aplikasi yang paling praktis. Semua model alokasi biasanya mencoba untuk mengalokasikan suatu sumber daya yang terbatas supaya mengoptimalkan hasil dari alokasi itu. Sumber daya yang terbatas itu dapat berupa lahan, bahan baku, tenaga kerja, mesin, modal, waktu, dan lain lain. Alokasi ini dilakukan untuk memaksimalkan laba atau memperkecil biaya, atau mengoptimalkan ukuran-ukuran efisiensi lain yang ditetapkan oleh keputusan pembuat.

C. Program Dinamik

Program dinamik adalah suatu teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan proses pengambilan keputusan secara bertahap-ganda. Dalam teknik ini, keputusan yang menyangkut suatu persoalan dioptimalkan secara bertahap tidak sekaligus. Dengan kata lain, metode program dinamik ini membagi suatu persoalan menjadi beberapa bagian persoalan yang lebih kecil agar lebih mudah mencari solusinya (Siagian, 1987: 238).

Dalam program dinamik, bagian-bagian persoalan disebut sebagai tahap (stage). Tiap tahap dipecahkan dengan mengoptimalkan keputusan tiap tahap sampai seluruh tahap terpecahkan, dimana hasil tiap keputusan tergantung pada hasil keputusan sebelumnya.

1. Pendekatan Penyelesaian Masalah Secara Rekursif

Perhitungan pada tahap yang berbeda-beda dihubungkan melalui perhitungan rekursif dengan cara menghasilkan keputusan optimal yang mungkin bagi seluruh masalah. Untuk menyelesaikan persoalan program dinamik harus dilakukan dengan format yang seragam untuk semua tahap. Artinya tiap perolehan harus diperoleh dari perolehan sebelumnya. Ada dua penyelesaian masalah secara rekursif, yaitu penyelesaian persamaan rekursif maju dan rekursif mundur.

a. Persamaan Rekursif Maju

Permasalahan dalam program dinamik diselesaikan dengan menghitung terlebih dahulu, lalu dilanjutkan menghitung , sampai dengan . Cara perhitungan seperti ini disebut dengan persamaan rekursif maju. Perhitungan dilakukan dengan urutan sebagai berikut:

dimana merupakan fungsi awal dan merupakan fungsi akhir. Secara matematis persamaan rekursif maju dirumuskan sebagai berikut:

Dimana
 : nilai optimal dari tahap $1, 2, 3, \dots, j$ jika keadaan
 : pendapatan alternatif pada tahap ke- j
 : harga alternatif pada tahap ke- j

b. Persamaan Rekursif Mundur

Kebalikan dari persamaan rekursif maju, dalam persamaan rekursif mundur permasalahan dalam program dinamik diselesaikan dengan menghitung terlebih dahulu, lalu dilanjutkan menghitung , dan berakhir di . Perhitungan dilakukan dengan urutan sebagai berikut:

Secara matematis persamaan rekursif mundur dirumuskan sebagai berikut:

Dimana

: nilai optimal tahap $j, j+1, j+2, \dots, n$ jika keadaan
 : pendapatan alternatif pada tahap ke- j
 : harga alternatif pada tahap ke- j

2. Langkah - Langkah Penyelesaian Program Linear dengan Program Dinamik

Untuk menyelesaikan masalah program linear dengan program dinamik didefinisikan:

: banyaknya sumber jenis 1 yang dialokasikan pada tahap $j, j+1, \dots, n$
 : banyaknya sumber jenis 2 yang dialokasikan pada tahap $j, j+1, \dots, n$
 : banyaknya sumber jenis m yang dialokasikan pada tahap $j, j+1, \dots, n$

Oleh karena itu,

Dan

Yang dijabarkan menjadi:

Langkah-langkah penyelesaiannya adalah:
Tahap n
 Hitung harga

Karena

Maka

Tingkat bunga, faktor resiko dan ekspektasi peningkatan nilai investasi ditunjukkan tabel berikut:

Selanjutnya dicari:

Tahap $n-1$

Hitung harga

Dimana:

Selanjutnya dicari:

Tahap $n-j$

Hitung harga

Dimana:

Selanjutnya dicari:

Tahap 1

Hitung harga

Dimana:

Selanjutnya dicari:

PEMBAHASAN

A. Model Alokasi Portofolio

1. Seorang investor mempunyai modal sebesar Rp1.000.000,00. Dia ingin menanamkan modalnya dalam obligasi dan saham.

Tabel 3.1 Jenis Investasi, Tingkat Bunga, Faktor Resiko dan Ekspektasi Peningkatan Nilai Investasi

Jenis investasi	Bunga (dalam %, tiap tahun)	Faktor resiko	Nilai peningkatan ekspektasi tahunan
Obligasi	5 %	3	0 %
Saham	2 %	10	7 %

Tujuannya adalah untuk memaksimalkan keuntungan investasinya dalam 1 tahun, dengan kendala sebagai berikut:

- Total jumlah uang yang akan diinvestasikan, sedikitnya 30% diinvestasikan dalam obligasi dan tidak lebih dari 10% saham.
- Rata-rata faktor resiko investasi tidak lebih dari 4.

Penyelesaian:

Kita asumsikan:

- : besar uang yang dialokasikan untuk investasi obligasi
- : besar uang yang dialokasikan untuk investasi saham

Model umum Program linear adalah:

Fungsi tujuan:
Maksimumkan

Kendala:

Kendala dapat ditulis sebagai berikut:

Karena ada 4 sumber keadaan model program dinamik, sehingga dapat digambarkan dengan 4 variabel. Misalkan menggambarkan keadaan pada tahap j ($j=1, 2$).

Tahap 2

Dimana:

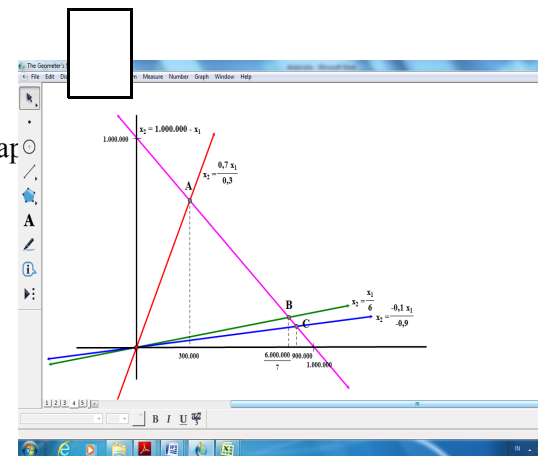
Dan,

Tahap 1

Karena ini tahap

Jadi,

Sehingga



Oleh karena itu, untuk menghitung diperlihatkan pada grafik keempat garis lurus berikut:



Gambar 3.1 Grafik Penyelesaian Program Linear

Dari grafik absis dari titik A, B dan C adalah 300.000, dan 900.000, sehingga pada grafik tersebut terlihat bahwa:

Maka

Untuk kisaran yang telah ditentukan, maka

Yang dicapai pada

Jadi solusi masalah di atas adalah

Jadi, investor tersebut akan mendapatkan keuntungan investasi maksimal sebesar Rp55.714, 2857 jika uang yang dialokasikan untuk obligasi sebesar Rp857.142, 8571 dan untuk saham sebesar Rp142.857, 1429.

2. Seseorang mempunyai modal sebesar Rp1.000.000,00. Modal tersebut dibagi menjadi 3 bagian. Modal pertama dibungakan dengan bunga tunggal sebesar 3% tiap bulan, selama 10 bulan. Modal kedua dibungakan dengan bunga tunggal

sebesar 5% tiap bulan, selama 20 bulan dan modal ketiga dibungakan dengan bunga tunggal sebesar 4% tiap bulan, selama 15 bulan. Jumlah modal kedua dan ketiga paling banyak Rp750.000,00. Berapa besar masing-masing modal yang dibungakan, supaya diperoleh bunga sebanyak-banyaknya?

Penyelesaian:

Kita asumsikan:

- : besar modal pertama yang akan dialokasikan
- : besar modal kedua yang akan dialokasikan
- : besar modal ketiga yang akan dialokasikan

Model umum Program linear adalah :

Fungsi tujuan:

Maksimumkan

Kendala:

Karena ada 2 sumber keadaan model program dinamik, sehingga dapat digambarkan dengan 2 variabel. Misalkan menggambarkan keadaan pada tahap j ($j=1, 2, 3$).

Tahap 3

Dimana

Dan

Tahap 2

Dimana

Dan

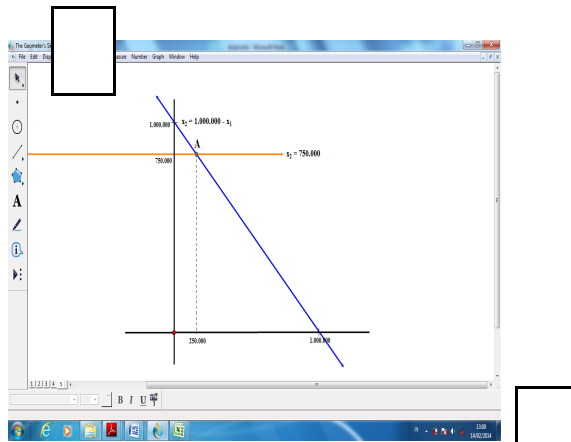
Tahap 1

Karena ini tahap terakhir, maka

Jadi,

Sehingga

Oleh karena itu, untuk menghitung
diperlihatkan pada grafik kedua garis
lurus berikut:



Gambar 3.2 Grafik Penyelesaian Program Linear

Dari grafik di atas, absis dari titik A adalah 250.000, sehingga pada grafik tersebut terlihat bahwa:

Maka

Untuk kisaran yang telah ditentukan, maka

Yang dicapai pada

Jadi solusi masalah di atas adalah

Jadi, orang tersebut akan mendapatkan bunga yang maksimal sebesar Rp825.000,00 jika modal pertama dialokasikan sebesar Rp250.000,00, modal kedua dialokasikan sebesar Rp750.000,00 dan tidak ada pengalokasian untuk modal ketiga.

B. Model Alokasi Pertanian

1. Seorang petani memiliki tanah pertanian seluas kurang lebih

100 are. Dia ingin menggunakan tanahnya untuk berternak kambing, menanam jagung dan tomat. Setiap ekor kambing membutuhkan tanah seluas are. Setiap tahun, tersedia 5000 jam tenaga kerja (kita asumsikan di sini 5000 jam bisa digunakan pada setiap waktu sepanjang tahun). Tabel 3.2 menyediakan informasi mengenai laba, hasil, dan kebutuhan tenaga kerja untuk tiga aktivitas ekonomi.

Tabel 3.2 Laba, Hasil Dan Kebutuhan Tenaga Kerja

	Kambing	Jagung	Tomat
Keuntungan	Rp500.000/ekor	Rp1000/kg	Rp500/kg
Hasil/are	4 ekor/are	50 kg/are	100 kg/are
Tenaga kerja setiap tahun	40 jam/orang	10 jam/orang	25 jam/orang

Sedikitnya 20% tanah pertanian digunakan untuk beternak kambing, paling banyak 30% tanah pertanian yang tersedia digunakan untuk menanam tomat.

Penyelesaian:

Kita asumsikan:

- : luas tanah yang dialokasikan untuk berternak kambing (are)
- : luas tanah yang dialokasikan untuk ditanami gandum (are)
- : luas tanah yang dialokasikan untuk ditanami tomat (are)

Model umum Program linear adalah :

Fungsi tujuan:

Maksimumkan

Kendala:

Karena ada 4 sumber keadaan model program dinamik, sehingga dapat digambarkan dengan 2 variabel. Misalkan menggambarkan keadaan pada tahap j ($j=1, 2, 3$).

Tahap 3

Dimana

Dan

Tahap 2

Dimana

Dan

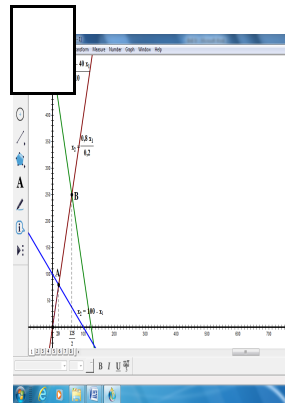
Tahap 1

Karena ini tahap terakhir, maka

Jadi,

Sehingga

Oleh karena itu, untuk menghitung diperlihatkan pada grafik ketiga garis lurus berikut:



Gambar 3.3 Grafik Penyelesaian Program Linear



Dari grafik di atas, absis dari titik A dan B adalah 20 dan , sehingga pada grafik tersebut terlihat bahwa:

0,75 ha ditanami dengan jagung.

Dari 500 jam kerja yang tersedia, maka 3 jam diperlukan untuk tiap are tanaman padi dan kedelai dan 1 jam kerja diperlukan untuk tiap are tanaman jagung dan kacang tanah. Laba yang diharapkan dari tiap are tanaman berturut-turut adalah: Rp25.000,00 untuk padi, Rp10.000,00 untuk kacang tanah, Rp15.000,00 untuk kedelai dan Rp5.000,00 untuk jagung. Berapa luas areal masing-masing tanaman supaya laba yang diperoleh maksimum?

Maka

Untuk kisaran yang telah ditentukan, maka

Yang dicapai pada

Jadi solusi masalah di atas adalah

Jadi, petani tersebut akan mendapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp200.000.000,00 jika lahan yang digunakan untuk berternak kambing seluas 100 are dan tidak menanam jagung dan tomat.

- Seorang petani mempunyai tanah pertanian seluas 3,5 ha yang ditanami padi, kacang tanah, kedelai dan jagung. Dengan pertimbangan-pertimbangan tertentu, ia bermaksud tidak menanam lebih dari setengah areal tanahnya dengan padi dan kacang tanah dan paling banyak

Penyelesaian:

Kita asumsikan:

- : luas areal lahan pertanian yang ditanami padi (are)
- : luas areal lahan pertanian yang ditanami kacang tanah (are)
- : luas areal lahan pertanian yang ditanami kedelai (are)
- : luas areal lahan pertanian yang ditanami jagung (are)

Model umum Program linear adalah :

Fungsi tujuan :
Maksimumkan

Kendala :

Karena ada 4 sumber keadaan model program dinamik, sehingga dapat digambarkan dengan 4 variabel. Misalkan menggambarkan keadaan pada tahap j ($j=1, 2, 3, 4$).

Tahap 4

Dimana:

Dan,

Tahap 3

Dimana

Dan

Tahap 2

Dimana

Dan

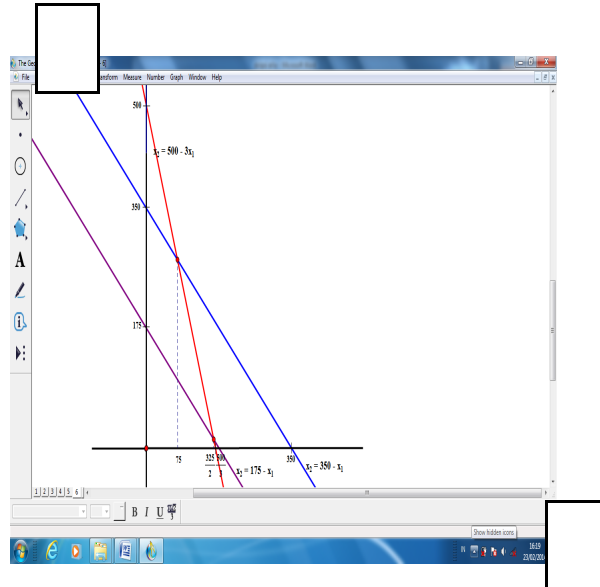
Tahap 1

Karena ini tahap terakhir, maka

Jadi,

Sehingga

Oleh karena itu, untuk menghitung
diperlihatkan pada grafik ketiga garis
lurus berikut:



Gambar 3.4 Grafik Penyelesaian Program Linear

Dari grafik absis dari titik A dan B adalah dan , sehingga pada grafik tersebut terlihat bahwa:

ditanami padi seluas 162, 5 are, yang ditanami kacang tanah seluas 12, 5 are, dan tidak menanam kedelai dan jagung.

PENUTUP

A. Simpulan

Langkah-langkah penyelesaian program linear dengan menggunakan program dinamik rekursif mundur, yaitu sebagai berikut:

Maka

Untuk kisaran yang telah ditentukan, maka

Yang dicapai pada

Jadi solusi masalah di atas adalah

Jadi, petani tersebut akan mendapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp4.187.500,00 jika lahan yang

1. Diasumsikan bahwa setiap kegiatan dalam masalah alokasi sumber daya terbatas dapat dianggap sebagai suatu tahap. Tingkat kegiatan mewakili alternatif-alternatif pada tahap-tahap dalam program dinamik, setiap tahap mempunyai jumlah alternatif yang tidak terbatas di dalam ruang layak/fisibel. Keadaan dapat diasumsikan sebagai jumlah sumber yang akan dialokasikan pada tahap sekarang dan tahap-tahap berikutnya.
2. Kemudian pada tahap ke- n mencari titik optimum yaitu nilai optimum dari jumlah sumber jenis yang akan dialokasikan pada tahap

ke- n dan menghitung penyelesaian optimal yaitu nilai optimum dari fungsi tujuan tahap n . Tahap ke- n tidak dipengaruhi tahap-tahap yang lain. Jadi tahap ke- n dapat dioptimumkan tersendiri.

3. Selanjutnya pada tahap $n-1$, mencari titik optimum yaitu nilai optimum dari jumlah sumber jenis yang akan dialokasikan pada tahap $n-1$ dan menghitung penyelesaian optimal tahap $n-1$. Penyelesaian optimal tahap $n-1$ merupakan penyelesaian optimal tahap ke- n digabungkan dengan tahap ke $n-1$.
4. Pada tahap selanjutnya yaitu tahap $n-2$, mencari titik optimum yaitu nilai optimum dari jumlah sumber jenis yang akan dialokasikan pada tahap $n-2$ dan menghitung penyelesaian optimal tahap $n-2$. Penyelesaian optimal tahap $n-2$ merupakan penyelesaian optimal tahap ke $n-1$ digabungkan dengan tahap ke $n-2$. Demikian seterusnya, sampai dengan tahap pertama.
5. Pada tahap pertama juga mencari titik optimum yaitu nilai optimum dari jumlah sumber jenis yang akan dialokasikan pada tahap pertama dan menghitung penyelesaian optimal tahap pertama. Penyelesaian optimal tahap pertama merupakan penyelesaian optimal tahap pertama digabungkan dengan tahap kedua. Karena ini adalah tahap terakhir, maka penyelesaian optimal pada tahap pertama ini

merupakan penyelesaian optimal dari masalah program linear tersebut.

B. Saran

Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini terbatas pada langkah-langkah dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas agar mendapatkan hasil yang optimal dengan menggunakan salah satu alternatif penyelesaian selain metode yang sudah ada yaitu dengan menggunakan program dinamik. Bagi pembaca yang tertarik, khususnya mahasiswa Program Studi Matematika dapat melanjutkan dan mengembangkan tulisan ini, misalnya menggunakan metode lain untuk mengalokasikan sumber daya yang terbatas agar mendapatkan hasil yang lebih optimal.

SUMBER REFERENSI

Kepustakaan:

- Eiselt, H.A., C-L Sanblom. 2007. *Linear Programming and its Applications*. Berlin: Springer.
- Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional: Teori dan Praktek*. Jakarta: Universitas Indonesia Press.
- Siang, J. J. 2011. *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Siringoringo, H. 2005. *Seri Teknik Riset Operasional Pemrograman Linear*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Siswanto. 2007. *Operation Research Jilid I*. Jakarta: Erlangga.
- Sugeng, K. A., dkk. 2006. *Matematika untuk SMA dan MA Kelas XII Program IPA*. Jakarta: Pustakawidya Utama.
- Susanta, B. 1994. *Program Linear*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
- Taha, H. A. 1996. *Riset Operasi Jilid Satu*. Jakarta: Binarupa Aksara.

Website:

- <http://anneahira.com> diakses pada tanggal 22 Mei 2013.
- <http://repository.binus.ac.id> diakses pada tanggal 25 Juni 2013.
- <http://eprints.uny.ac.id> diakses pada tanggal 29 April 2013.
- [http:// undip.ac.id](http://undip.ac.id) diakses pada tanggal 22 Mei 2013.
- <http://qmobi-ost.blogspot.com> diakses pada tanggal 25 Juni 2013.
- <http://mohamadrisalrozakamakali.blogspot.com> diakses pada tanggal 25 Juni 2013.
- <http://senaresearch.blogspot.com> diakses pada tanggal 25 Juni 2013.
- <http://repository.usu.ac.id> diakses pada tanggal 29 April 2013.