

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang perkembangannya sangat pesat sekaligus paling banyak diterapkan dalam kehidupan manusia. Menurut James dan James (1976) matematika adalah ilmu mengenai logika tentang bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan antara satu dengan lainnya. Matematika terbagi menjadi beberapa cabang ilmu, salah satu diantaranya adalah analisis. Analisis berasal dari bahasa Yunani, yang artinya memecah atau memisahkan yang merupakan proses memecah suatu topik yang kompleks menjadi beberapa bagian yang sederhana agar diperoleh suatu pemahaman yang lebih baik. Matematika analisis merupakan cabang ilmu matematika murni yang salah satu diantaranya membahas tentang konsep ruang metrik.

Konsep ruang metrik pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan yang bernama Maurice Fréchet pada tahun 1906. Ruang metrik merupakan suatu himpunan yang didalamnya berlaku suatu aturan metrik, sedangkan metrik adalah perumuman dan abstraksi dari konsep jarak antara pasangan elemen dari dua bilangan yang memenuhi sifat tertentu. Himpunan X yang dilengkapi suatu metrik d yang dituliskan dengan (X, d) disebut ruang metrik. Selanjutnya ruang metrik (X, d) cukup ditulis dengan notasi X saja.

Konsep ruang metrik terus mengalami perkembangan. Diawali pada tahun 1965, seorang professor yang bernama Lotfi A. Zadeh memperkenalkan teori himpunan *fuzzy* dalam karyanya yang berjudul "*Fuzzy Sets*". Banyak matematikawan yang akhirnya menggabungkan konsep ruang metrik dan himpunan *fuzzy*. Pada tahun 1975, Kramosil dan Michalek untuk pertama kalinya memperkenalkan konsep ruang metrik *fuzzy*. Penelitian mengenai konsep ini terus berkembang dan pada tahun 1994, George dan Veeramani (dalam Julaeha, 2012) memodifikasi konsep ruang metrik *fuzzy* dengan menggunakan norm- t kontinu. Di dalam ruang metrik *fuzzy*, beberapa konsep pada ruang metrik telah diperluas, antara lain adalah barisan konvergen, barisan Cauchy, himpunan lengkap, dan serta dibahas pula mengenai pemetaan kontinu. Pemetaan kontinu yang menjadi dasar *self-mapping* dan titik tetap pada ruang metrik *fuzzy*.

Dalam perkembangan pemetaan dan teori titik tetap pada ruang metrik *fuzzy*, banyak matematikawan mengembangkan gagasan sifat komutatif pada suatu pemetaan dengan memperkenalkan konsep *weak commutativity*, kompatibel dan *weakly compatible* di ruang metrik yang akhirnya menghasilkan sejumlah teorema titik tetap dengan menggunakan gagasan ini. Perkembangan lebih lanjut, pada tahun 2008, Al-Thagafi and Shahzad memperkenalkan konsep pemetaan *occasionally weakly compatible*. Melihat perkembangan ini, peneliti tertarik untuk mengkaji lebih dalam mengenai sifat-sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*?
2. Bagaimana sifat- sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy* ditinjau dari teori titik tetap?

1.3 Tujuan Kajian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*.
2. Mengetahui sifat-sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy* ditinjau dari teori titik tetap.

1.4 Kegunaan Kajian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi semua pihak. Bagi penulis sendiri, penelitian ini digunakan sebagai sarana untuk mengembangkan wawasan dan keterampilan pada bidang matematika khususnya matematika analisis tentang pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*. Bagi pembaca, penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai referensi atau bahan literature mata kuliah analisis real maupun sebagai penelitian lebih lanjut mengenai ruang metrik *fuzzy* maupun sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*. Bagi lembaga, hasil penelitian skripsi ini diharapkan dapat menambah kepustakaan di Universitas Muhammadiyah Ponorogo khususnya Prodi Pendidikan Matematika sehingga dapat dijadikan bahan pengembangan wawasan keilmuan terutama pada bidang matematika dan penerapannya.

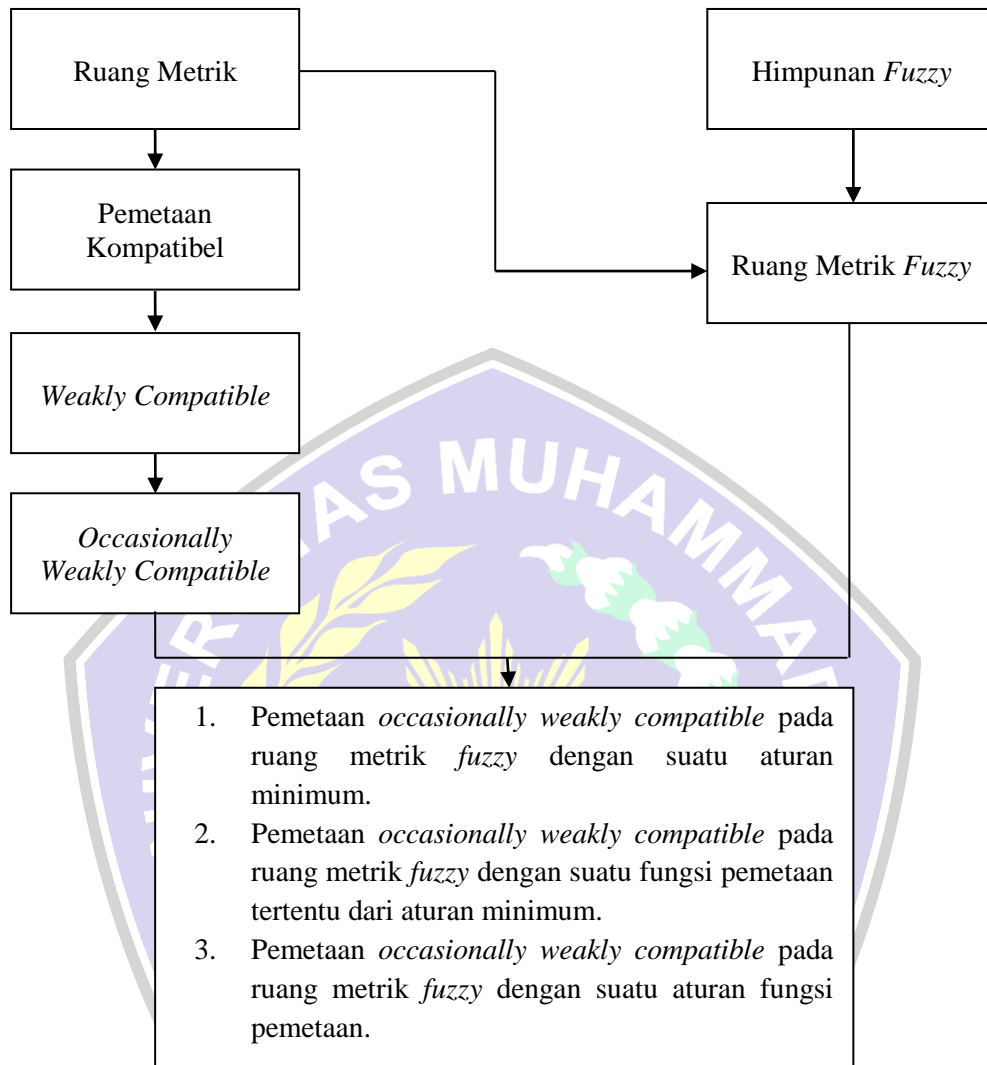
1.5 Metode Kajian

Jenis penelitian dalam penyusunan skripsi ini adalah deskriptif kualitatif dengan bentuk studi literatur. Sedangkan metode yang digunakan adalah riset kepustakaan (*library research*) atau studi pustaka. Studi pustaka ialah serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca dan mencatat serta mengolah bahan penelitian. Penelitian kepustakaan merupakan penelitian yang dilakukan dengan menggunakan literatur berupa buku, catatan, kisah sejarah, ataupun hasil laporan penelitian sebelumnya yang memiliki relevansi dengan topik pembahasan.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah tentang sifat-sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*.
2. Mengumpulkan bahan dan informasi dengan cara membaca dan memahami beberapa literatur yang berkaitan dengan sifat-sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*.
3. Melakukan pembahasan dengan langkah kajian sebagai berikut:
 - a. Membahas definisi ruang metrik, himpunan *fuzzy*, dan ruang metrik *fuzzy*.
 - b. Membahas pemetaan pada ruang metrik, meliputi pemetaan kompatibel, pemetaan *weakly compatible*, dan *occasionally weakly compatible*
 - c. Membahas sifat pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*.
 - d. Membuktikan beberapa teorema yang terkait dengan pemetaan *occasionally weakly compatible* pada ruang metrik *fuzzy*.
4. Penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan

Untuk lebih jelasnya, langkah-langkah penelitian dalam tugas akhir ini dilihat pada bagan kerangka berfikir berikut.



Gambar 1. Kerangka Berfikir Penelitian

1.6 Definisi Istilah

Berikut akan diberikan definisi-definisi istilah kunci yang sering digunakan pada skripsi ini.

1. Barisan Cauchy : Barisan yang selisih suku-sukunya semakin lama semakin mengecil.
2. Himpunan *fuzzy* : Himpunan yang anggotanya memiliki derajat keanggotaan tertentu dan fungsi keanggotaannya dinyatakan dengan derajat keanggotaan yang nilainya pada interval $[0,1]$.
3. Pemetaan *occasionally weakly compatible* : Pemetaan yang memiliki sifat yaitu minimal terdapat satu dari beberapa titik persekutuan yang komutatif.

4. Pemetaan kompatibel : Suatu pemetaan dari dua pasangan yang nilai masing-masing limit fungsi barisannya sama sehingga nilai limit komposisinya sama dengan nol.
5. Norm-t : Suatu operasi biner yang memenuhi suatu aturan tertentu.
6. Ruang metrik : Suatu himpunan yang didalamnya berlaku suatu aturan metrik.
7. Ruang metrik *fuzzy* : Suatu himpunan yang didalamnya berlaku aturan norm-t kontinu
8. Ruang metrik *fuzzy* lengkap : Ruang metrik *fuzzy* yang setiap barisan Cauchy nya konvergen
9. Sifat Archimedes : Sifat yang menyatakan bahwa selalu ada bilangan asli yang lebih besar dari bilangan real apapun.
10. Titik persekutuan : Sebuah titik dari beberapa fungsi yang menyebabkan nilai fungsinya sama.
11. Titik tetap : Sebuah titik di dalam suatu himpunan yang di petakan ke dirinya sendiri.
12. *Weakly compatible* : Komutatif terhadap titik persekutuan
13. *Weakly commuting* : Pasangan *self-mapping* pada ruang metrik *fuzzy* yang metrik dari komposisi fungsinya lebih besar sama dengan metrik dari fungsi yang tidak dikomposisikan untuk setiap titik pada domainnya dan konstanta positif.