

**ALGORITMA UNTUK MENENTUKAN NODES OPTIMUM  
PADA INTERPOLASI POLINOMIAL**



Oleh:  
**HEGIK ARGANATA**  
NIM. 13321734

**Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan  
untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

**2018**

## ABSTRAK

**HEGIK ARGANATA:** Algoritma Untuk Menentukan Nodes Optimum Pada Interpolasi Polinomial. **Skripsi, Ponorogo: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2018.**

Penelitian ini bertujuan menyusun algoritma: (1) menentukan nodes optimum untuk mengaproksimasi data yang tidak diketahui melalui data yang diketahui dengan polinomial interpolasi, (2) menentukan derajat atau banyak nodes minimum sehingga aproksimasi fungsi dengan polinomial interpolasi memberikan galat kurang dari toleransi tertentu.

Penelitian ini merupakan penelitian studi pustaka dengan kajian buku, jurnal ilmiah, dan bahan pustaka lainnya yang berkaitan dengan interpolasi polinomial khususnya algoritma menentukan nodes optimal pada interpolasi polinomial. Penelitian ini dimulai dengan membahas langkah menentukan nodes optimum pada interpolasi polinomial, kemudian menyusunnya ke dalam sebuah algoritma. Selanjutnya melakukan simulasi numerik untuk menganalisa algoritma yang telah disusun.

Hasil dari penelitian ini diperoleh bahwa algoritma berhasil disusun ke dalam kode aplikasi Matlab (m-file). Kemudian hasil dari simulasi numerik yang dilakukan diperoleh bahwa: (1) Untuk mengaproksimasi data yang tidak diketahui melalui data yang diketahui dengan polinomial interpolasi, nodes yang lebih sedikit atau derajat yang lebih rendah menghasilkan aproksimasi yang optimum. (2) Untuk mengaproksimasi fungsi dengan polinomial interpolasi, metode penambahan nodes baru, titik ekstremnya yang merupakan selisih maksimum nilai fungsi dengan nilai polinomialnya menghasilkan galat yang semakin kecil.

**Kata Kunci:** Nodes Optimum, Interpolasi Polinomial, Galat.

## ABSTRACT

**HEGIK ARGANATA:** *Algorithm In Determining The Optimal Nodes On interpolation polynomial.* Thesis. Ponorogo: Mathematics Department, Muhammadiyah University of Ponorogo, 2018.

This research aims to compose the algorithm: (1) In determining the optimal nodes to estimate data which is not known by known data through interpolation polynomial, (2) In determining degree or number of minimum nodes so that the function of approximation by polynomial interpolation has error not exceed the certain tolerance.

This research is literature study where the sources of information for data arises from scientific articles such as text book, scientific journals, and the relevant research report with polynomial interpolation especially algorithms in determining optimal nodes on interpolation polynomial. This research starts by discussing the steps to determine optimal nodes. Then composing into an algorithm. Furthermore, take numerical simulation to analyze the algorithm that has been made.

The results of this study indicate that the algorithm successfully composed into Matlab code (*m-file*). Then the results of numerical simulation are found that: (1) To estimate data which is unknown by known data with interpolation polynomial, fewer nodes or lower degrees obtain optimal approximation. (2) To approximate the function of interpolation polynomials, the method of adding new nodes where extreme becomes, it is the maximum difference of function value by its polynomial value obtain smaller error.

**Keywords:** *Optimal Nodes, Polynomial Interpolation, error approximation.*

## PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama mahasiswa : Hegik Arganata

NIM mahasiswa : 13321734

Program Studi : Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya dalam skripsi ini tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Ponorogo, 02 Januari 2018

Yang membuat pernyataan

A handwritten signature in black ink, which appears to read 'Hegik', is written over a green 6000 Indonesian postage stamp. The stamp features the Garuda Pancasila emblem and the text 'METERAI TEMPEL' and '6000'.

Hegik Arganata

NIM. 13321734

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**ALGORITMA MENENTUKAN NODES OPTIMUM PADA INTERPOLASI  
POLINOMIAL**

**HEGIK ARGANATA**

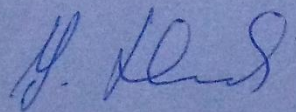
**NIM. 13321734**

Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan  
untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan

Program Studi Pendidikan Matematika

Menyetujui untuk diajukan pada ujian skripsi

Pembimbing,



Dr. Julan Hernadi

LEMBAR PENGESAHAN  
ALGORITMA MENENTUKAN NODES OPTIMUM PADA  
INTERPOLASI POLINOMIAL

HEGIK ARGANATA  
NIM. 13321734

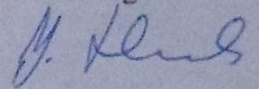
Dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
Tanggal: 16 Februari 2018

TIM PENGUJI

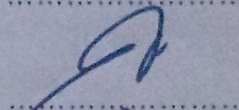
Nama

Tanda Tangan

**Dr. Julan Hernadi**  
NIP. 19670705 199303 1 003



**Drs. Jumadi, M.Pd**  
NIK. 19621005 199109 12



**Arta Ekayanti, S.Pd, M.Sc.**  
NIK. 19910118 201609 13



Ponorogo, 19 Februari 2018  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
Dekan,



**Drs. Jumadi, M.Pd**  
NIK. 19621005 199109 12

## KATA PENGANTAR

Puji syukur atas karunia yang Allah SWT berikan, atas limpahan rahmat dan kasih sayang-Nya, atas petunjuk dan bimbingan yang telah diberikan, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Algoritma untuk menentukan nodes optimum pada interpolasi polinomial”.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan berupa bimbingan, arahan, motivasi, dan doa selama proses penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada Dr. Julan Hernadi selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasinya, sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan. Selain itu, ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada:

1. Drs. H. Sulton, M. Si., selaku Rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Drs. Jumadi M. Pd, selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan beserta staf, yang telah banyak membantu sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
3. Erika Eka Santi, M. Si., selaku Kaprodi Pendidikan Matematika.
4. Ibu Arta Ekayanti selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan arahan, motivasi, nasehat dan doa dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
5. Mas Riyan selaku asisten dosen metode numerik yang telah memberikan arahan dalam menyusun algoritma ke dalam M-file (Kode Matlab)
6. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Pendidikan Matematika yang telah memberikan bekal ilmu.
7. Bapak dan Ibu serta seluruh keluarga besar atas segala cinta, ketulusan, kasih sayang, dan doa yang telah diberikan hingga penulis dapat menyelesaikan studi.
8. Teman-teman mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo angkatan tahun 2013 atas motivasi, kebersamaan, dan kekompakan selama masa kuliah, semoga persatuan kita tetap terjaga.
9. Semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan pelaksanaan penelitian dan penyusunan dalam skripsi ini. Semoga bantuan yang telah diberikan mendapat balasan yang setimpal dari Allah swt.

Teriring doa dan harapan semoga Allah swt senantiasa membalas amal kebaikan dari berbagai pihak tersebut. Harapan penulis semoga skripsi ini dapat membawa manfaat bagi para pembaca. Aamin.

Ponorogo, 02 Januari 2018

Hegik Arganata





## DAFTAR ISI

SAMPUL DALAM.....	i
ABSTRAK.....	ii
<i>ABSTRACT</i> .....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA.....	iv
LEMBAR PERSETUJUAN.....	v
LEMBAR PENGESAHAN.....	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Kajian.....	3
1.4 Batasan Masalah.....	3
1.5 Kegunaan Kajian.....	3
1.6 Metode Kajian.....	3
1.7 Definisi Istilah.....	4
<b>BAB 2 KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Teori Interpolasi.....	5
2.2 Metode Interpolasi Lagrange.....	6
2.3 Galat Interpolasi.....	8
2.4 Integral Tentu.....	9
2.5 Metode Simpson Bersusun.....	11
2.6 Kombinasi.....	12
2.7 Eksistensi Ekstrem Mutlak.....	13

BAB 3 PEMBAHASAN	
3.1	Keoptimuman Polinomial Interpolasi ..... 16
3.2	Analisis Polinomial Interpolasi sebagai aproksimasi Fungsi Eksplisit ..... 20
3.3	Simulasi Numerik ..... 28
3.3.1	Menentukan nodes optimum untuk mengaproksimasi data yang hilang ..... 28
3.3.2	Implementasi Polinomial Interpolasi sebagai aproksimasi fungsi ..... 34
BAB 4 SIMPULAN DAN SARAN	
4.1	Simpulan..... 41
4.2	Saran..... 41
DAFTAR PUSTAKA ..... 42	
LAMPIRAN ..... 43	



## DAFTAR TABEL

Tabel 1. Sebarang pasangan data.....	16
Tabel 2 . Banyak kemungkinan nodes yang digunakan untuk membangun $P_n$ .....	17
Tabel 3. Banyak kemungkinan nodes yang bersesuaian dengan $x_t$ .....	18
Tabel 4. Banyak kemungkinan polinomial interpolasi.....	18
Tabel 5. Pasangan Data $(x, y)$ permasalahan 1 .....	28
Tabel 6. Banyak kemungkinan polinomial yang dapat dibentuk.....	28
Tabel 7. Banyak kemungkinan polinomial yang bersesuaian dengan $x = 13.5$ .....	29
Tabel 8. Pasangan Data $(x, y)$ permasalahan 2 .....	33
Tabel 9. Galat minimum untuk masing-masing derajat .....	33
Tabel 10. Galat aproksimasi fungsi $f(x) = e^{x^2}$ .....	39

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Ketunggalan Polinomial Interpolasi $P(x)$ dan $Q(x)$ .....	5
Gambar 2. Grafik $f(x) := \frac{1}{x}$ yang terbatas pada $[1, \infty)$ .....	13
Gambar 3. Grafik $f(x) := x^2$ yang terbatas pada $[-2, 2]$ .....	14
Gambar 4. Nilai maksimum dan minimum global $f(x) := x^3 + 2$ pada $[-1, 2]$ .....	15
Gambar 5. Grafik fungsi kontinu pada interval $[a, b]$ .....	21
Gambar 6. Luasan Galat $ f(x) - P_1(x) $ pada interval $[a, b]$ .....	22
Gambar 7. Nilai ekstrem grafik $ f(x) - P_1(x) $ pada interval $[a, b]$ .....	23
Gambar 8. Grafik $P_2(x)$ pada interval $[a, b]$ .....	24
Gambar 9. Luasan Galat $ f(x) - P_2(x) $ pada interval $[a, b]$ .....	25
Gambar 10. Nilai ekstrem grafik $ f(x) - P_2(x) $ pada interval $[a, b]$ .....	25
Gambar 11. Grafik $P_3(x)$ pada interval $[a, b]$ .....	26
Gambar 12. Luasan Galat $ f(x) - P_3(x) $ pada interval $[a, b]$ .....	27
Gambar 13. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_1(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	34
Gambar 14. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_2(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	35
Gambar 13. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_1(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	34
Gambar 14. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_2(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	35
Gambar 15. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_3(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	36
Gambar 16. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_4(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	36
Gambar 17. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_5(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	37
Gambar 18. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_6(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	38
Gambar 19. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_7(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	38
Gambar 20. Luasan (a) dan Grafik (b) Galat $ f(x) - P_8(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	39
Gambar 21. Peluruhan Luasan galat $ f(x) - P_n(x) $ pada interval $[0, 2]$ .....	40

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Kode Matlab ( <i>m-file</i> ) Pendefinisian Polinomial Lagrange .....	43
Lampiran 2. Kode Matlab ( <i>m-file</i> ) menentukan nodes optimum untuk mengaproksimasi data yang hilang .....	44
Lampiran 3. Kode Matlab ( <i>m-file</i> ) menentukan derajat atau banyak nodes minimum untuk mengaproksimasi suatu fungsi .....	46

