

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1. Latar Belakang Masalah**

Dalam kehidupan sehari-hari, sering dijumpai kumpulan data yang disajikan dalam bentuk tabel sebagai hasil dari pengamatan, pengukuran, atau dari suatu fungsi. Penyajian data dalam bentuk tabel tentunya sangat terbatas. Dalam beberapa keperluan data yang dibutuhkan tidak tersedia di dalam tabel. Tidak tersedianya data tersebut dapat disebabkan oleh keterbatasan alat ukur yang digunakan atau hilangnya data yang dimaksud. Untuk itu dibutuhkan teknik untuk memprediksi data yang tidak tersedia tersebut melalui data-data yang ada.

Salah satu teknik untuk memprediksi data yang tidak tersedia yaitu dengan menggunakan metode interpolasi. Menurut Hernadi (2017: 90), metode interpolasi adalah suatu teknik untuk menentukan nilai yang tidak diketahui diantara beberapa nilai yang diketahui. Teknik dasar metode interpolasi adalah mengkonstruksi fungsi aproksimasi dari data yang diketahui yakni membuat fungsi aproksimasi bernilai sama dengan fungsi pada data yang diketahui dan mengaproksimasi data yang tidak diketahui melalui fungsi aproksimasi atau interpolatornya.

Menurut Mastroianni dan Occorsio (2001: 2-5), beberapa fungsi yang dapat digunakan sebagai interpolator adalah fungsi polinomial, fungsi trigonometri, dan fungsi rasional. Polinomial atau fungsi suku banyak sering digunakan sebagai interpolatornya karena polinomial merupakan fungsi yang memiliki banyak sifat-sifat menarik dan sederhana. Sebagai contoh derivatif dan integral sebuah polinomial sangat mudah diperoleh. Interpolasi polinomial dapat dilakukan dengan beberapa metode, diantaranya adalah metode Matriks van der Monde, metode Lagrange, metode selisih terbagi atau formula newton (James, 2013: 171). Metode interpolasi polinomial tersebut memiliki sebuah sifat yang menarik, yakni untuk sejumlah titik data yang diberikan, metode interpolasi yang berbeda-beda tersebut tetap menghasilkan polinomial yang sama atau unik, tetapi dalam bentuk yang berbeda serta proses komputasi yang dilibatkan juga berbeda. Pada umumnya sifat ini disebut dengan ketunggalan polinomial interpolasi.

Berdasarkan sifat ketunggalan polinomial interpolasi, pengambilan nodes yang berbeda akan menghasilkan polinomial interpolasi yang berbeda. Pengambilan sebarang nodes memungkinkan dihasilkannya aproksimasi dengan galat yang besar. Hal ini menunjukkan bahwa pengambilan nodes dalam membangun polinomial interpolasi sangat berkaitan dengan kualitas aproksimasi yang dihasilkan. Pada umumnya kualitas polinomial interpolasi sebagai aproksimasi sebuah fungsi, diukur melalui galat yang dihasilkan. Semakin kecil nilai galat aproksimasi, semakin baik kualitas aproksimasi yang dihasilkan. Dengan demikian pengambilan nodes akan berpengaruh pada nilai galatnya.

Dalam praktiknya untuk memprediksi data di antara data-data yang tersedia, langkah penyelesaian yang harus dilakukan adalah memberikan pasangan data atau nodes kemudian membangun polinomial interpolasi. Selanjutnya polinomial interpolasi digunakan untuk memprediksi data yang tidak ada atau hilang. Berdasarkan sifat ketunggalan polinomial interpolasi, polinomial interpolasi dapat dibentuk menggunakan derajat lebih rendah dengan menggunakan titik-titik di sekitarnya. Akibatnya terdapat

banyak kemungkinan pasangan nodes yang dapat digunakan untuk memprediksi data yang hilang tersebut. Banyaknya kemungkinan nodes yang digunakan bergantung pada banyaknya pasangan data yang tersedia. Semakin banyak pasangan data yang tersedia semakin banyak kemungkinan nodes yang dapat digunakan untuk memprediksi data yang hilang. Sehingga pengambilan nodes dan pemilihan derajat polinomial untuk memprediksi data yang hilang perlu dikembangkan secara baik agar menghasilkan polinomial interpolasi yang optimum.

Menurut Hernadi (2017: 124), pengambilan nodes yang lebih banyak yang sekaligus meningkatkan derajat polinomial interpolasi, tidak menjamin kualitas aproksimasi yang dihasilkan semakin baik. Hal ini dikarenakan semakin tinggi derajat polinomial akan menyebabkan terjadi fluktuasi nilai serta kompleksitas komputasi yang besar. Akibatnya aproksimasi di mana terjadi ekstrem akan sangat buruk atau menghasilkan galat yang besar. Sehingga banyak nodes dan derajat yang digunakan untuk membangun polinomial interpolasi perlu dipertimbangkan.

Selain digunakan untuk memprediksi data yang hilang, metode interpolasi polinomial juga digunakan untuk mengaproksimasi fungsi yang rumit melalui fungsi yang lebih sederhana. Hal ini biasanya diperlukan untuk mempermudah perhitungan numerik, diantaranya menghitung nilai turunan, menghitung nilai integral, atau menentukan akar persamaan. Fungsi sederhana yang dimaksud adalah polinomial interpolasi. Untuk membangun sebuah polinomial interpolasi, pertama diberikan terlebih dahulu domain yang akan diaproksimasi kemudian diberikan nodes dari fungsi yang akan diaproksimasi. Pada umumnya, untuk membangunnya polinomial tersebut, nodes yang digunakan adalah nodes seragam. Akan tetapi pemilihan nodes seragam tidak menjamin kualitas aproksimasi yang dihasilkan semakin baik. Hal ini sejalan dengan pendapat Hernadi (2015: 285) yang menyatakan bahwa terdapat kasus untuk nodes yang bertambah, nodes seragam menghasilkan aproksimasi yang divergen. Sehingga pemilihan nodes untuk membangun polinomial interpolasi dalam mengaproksimasi fungsi yang rumit perlu dipertimbangkan agar menjamin kualitas aproksimasi yang dihasilkan baik.

Dari permasalahan di atas, perlu dibuat sebuah algoritma untuk menyelesaikannya. Algoritma yang diperlukan ada dua jenis, yaitu menentukan nodes untuk mengaproksimasi data-data yang hilang dan menentukan nodes untuk mengaproksimasi fungsi melalui fungsi yang lebih sederhana yaitu polinomial interpolasi. Melalui algoritma tersebut, juga disajikan nilai galat yang dihasilkan.

## **1.2. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah dapat disusun rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan nodes optimum untuk mengaproksimasi data yang tidak diketahui melalui data yang diketahui dengan polinomial interpolasi?
2. Bagaimana menentukan derajat atau banyak nodes minimum sehingga aproksimasi fungsi dengan polinomial interpolasi memberikan galat kurang dari toleransi tertentu?

### 1.3. Tujuan Kajian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan kajian adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui algoritma menentukan nodes optimum untuk mengaproksimasi data yang tidak diketahui melalui data yang diketahui dengan polinomial interpolasi.
2. Untuk mengetahui algoritma menentukan derajat atau banyak nodes minimum sehingga aproksimasi fungsi dengan polinomial interpolasi memberikan galat kurang dari toleransi tertentu.

### 1.4. Batasan Masalah

Batasan masalah pada kajian ini diberikan untuk membatasi ruang lingkup pembahasan masalah yaitu

1. Data diskrit atau data tabel yang digunakan memiliki ketelitian yang tinggi.
2. Hanya membahas aproksimasi fungsi yang kontinu dan terbatas.
3. Metode interpolasi yang digunakan adalah interpolasi polinomial Lagrange.

### 1.5. Kegunaan Kajian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi semua pihak. Bagi penulis sendiri, penelitian ini digunakan sebagai sarana untuk mengembangkan wawasan dan ketrampilan matematika dibidang analisis numerik tentang interpolasi polinomial. Bagi pembaca, penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan baru dan pendalaman materi terkait teori interpolasi, khususnya permasalahan menentukan nodes yang optimum. Bagi lembaga, hasil penelitian skripsi ini diharapkan dapat menambah kepastakaan di Universitas Muhammadiyah Ponorogo khususnya Prodi Pendidikan Matematika sehingga dapat dijadikan sebagai tambahan informasi pembelajaran mata kuliah mengenai metode numerik.

### 1.6. Metode Kajian

Metode kajian yang digunakan dalam penulisan ini adalah kajian kepustakaan atau studi literatur. Studi literatur merupakan serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca buku-buku, jurnal, tulisan-tulisan hasil penelitian yang berkaitan dengan judul penelitian dan mencatatnya serta mengolah bahan penelitian yang didapatkan. Literatur dalam penelitian ini dilakukan dengan mempelajari buku-buku yang berkaitan dengan materi pokok pembahasan, serta mempelajari makalah, jurnal, atau referensi lain yang berkaitan dengan topik penelitian yang sedang dibahas. Secara garis besar, materi yang dipelajari oleh peneliti antara lain interpolasi polinomial, keoptimuman polinomial interpolasi, dan galat polinomial interpolasi.

Data yang digunakan pada penelitian ini diambil dari buku-buku teks dan jurnal-jurnal ilmiah yang berkaitan dengan judul penelitian. Sedangkan sumber data yang digunakan sebagai bahan rujukan utama berasal dari buku yang berjudul “Teori dan Praktikum Metode Numerik” (Hernadi, 2017) dan “Analisi Real Elementer dengan Ilustrasi Grafis & Numeris” (Hernadi, 2015).

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah tentang algoritma untuk menentukan node optimal pada interpolasi polinomial.

2. Mengumpulkan bahan dan informasi dengan cara membaca dan memahami beberapa literatur yang berkaitan dengan teori interpolasi polinomial.
3. Melakukan pembahasan dengan langkah kajian sebagai berikut:
  - a. Membahas keoptimuman interpolasi polinomial.
  - b. Membahas langkah menentukan nodes optimum untuk mengaproksimasi data yang tidak diketahui melalui data yang diketahui dengan polinomial interpolasi kemudian menyusunnya kedalam sebuah algoritma.
  - c. Membahas langkah menentukan derajat atau banyak nodes minimum sehingga aproksimasi fungsi dengan polinomial interpolasi memberikan galat kurang dari toleransi tertentu kemudian menyusunnya kedalam sebuah algoritma.
  - d. Menganalisa pembahasan diatas melalui simulasi numerik.
4. Penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan.

### 1.7. Definisi Istilah

Berikut akan diberikan definisi-definisi istilah kunci yang sering digunakan pada skripsi ini.

1. Algoritma : Metode umum yang digunakan untuk menyelesaikan kasus kasus tertentu secara tertulis.
2. Nodes : Titik-titik tertentu pada domain.
3. Optimum : Kondisi yang memberikan nilai minimum atau maksimum dari sebuah fungsi.
4. Interpolasi Polinomial : Metode menentukan nilai yang tidak diketahui di antara nilai yang diketahui dengan menggunakan polinomial.
5. Galat : Ketidakakuratan atau penyimpangan nilai terhitung atau terukur terhadap nilai eksak yang akan diukur.