BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Matematika adalah ilmu pengetahuan yang mempunyai karakter berbeda dengan cabang ilmu yang lain. Matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran) bukan menekankan dari hasil eksperimen atau hasil observasi.(Russeffendi ET, 1980:148). Sedangkan menurut James dan James (1976) "matematika adalah ilmu tentang logika, mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep konsep yang berhubungan satu dengan yang lain". Salah satu cabang ilmu dalam matematika adalah analisis.

Menurut Hernadi analisis merupakan "tubuh dari matematika" yang dibangun melalui konsep limit dan fungsi. Analisis lebih menekankan kepada jastifikasi secara deduktif terhadap suatu konsep. Salah satu bahasan dalam analisis adalah metrik yang definisinya adalah sebagai berikut. Misal X suatu himpunan tak kosong. Sebuah pemetaan $d: X \times X \to \mathbb{R}$ disebut metrik pada X jika memenuhi kondisi berikut:

1. $d(x, y) \geq 0$ untuk setiap $x, y \in X$.
2. $d(x, y) = 0$ jika dan hanya jika $x = y$, untuk setiap $x, y \in X$.
3. $d(x, y) = d(y, x)$ untuk setiap $x, y \in X$.
4. $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ untuk setiap $x, y, z \in X$.

Selanjutnya pasangan terurut (X, d) disebut ruang metrik. Dari definisi ini dapat dipahami bahwa metrik adalah perumuman konsep jarak.

Metrik pada awalnya diperkenalkan oleh Maure Frechet pada tahun 1906 dan mengalami perkembangan secara terus menerus. Diantaranya tahun 2006 Zead Mustafa dan Brailey Sims mengenalkan ruang metrik baru yang dikenal dengan ruang metrik-G. Dalam pengenalannya ini, Zead Mustafa dan Brailey Sims menjelaskan konsep dan sifat-sifat dasar dari ruang metrik-G. Zead dan Sims menyatakan bahwa ruang metrik-G adalah perumuman ruang metrik biasa.

Penyelidikan-penyelidikan lebih lanjut tentang ruang metrik-G juga dilakukan oleh Zead dan peneliti-peneliti lain. Diantaranya tahun 2008 Zead Mustafa, Hamed Obiedad, dan Fadi Awawdeh melakukan penelitian tentang titik tetap pada pemetaan diruang metrik-G, pada tahun 2012 Manouj Kumar melakukan penelitian tentang pemetaan kompatibel pada ruang metrik-G dan lebih baru lagi pada tahun 2017 Merve Ilkhan dan Emrah Evren Kara juga meneliti pemetaan kontinu seragam dan Cauchy seragam pada ruang metrik-G. Dari penelitian-penelitian tersebut, diketahui bahwa terdapat beberapa macam pemetaan dalam ruang metrik-G. Oleh karena itu peneliti bermaksud untuk mengkaji dan meneliti hubungan pemetaan-pemetaan dalam ruang metrik-G.

1.2 Rumusan masalah

Berdasarkan latar belakang diatas rumusan masalah penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hubungan pemetaan kontinu-G, pemetaan kontinu Cauchy-G, dan pemetaan kontinu seragam-G pada ruang metrik-G?
2. Bagaimana hubungan himpunan diskrit-G, himpunan diskrit seragam-G, dan himpunan diskrit Cauchy-G pada ruang metrik-G?
3. Bagaimana hubungan antara pemetaan kontinu Cauchy-G dan himpunan diskrit Cauchy-G pada ruang metrik-G?

1.3 Tujuan kajian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

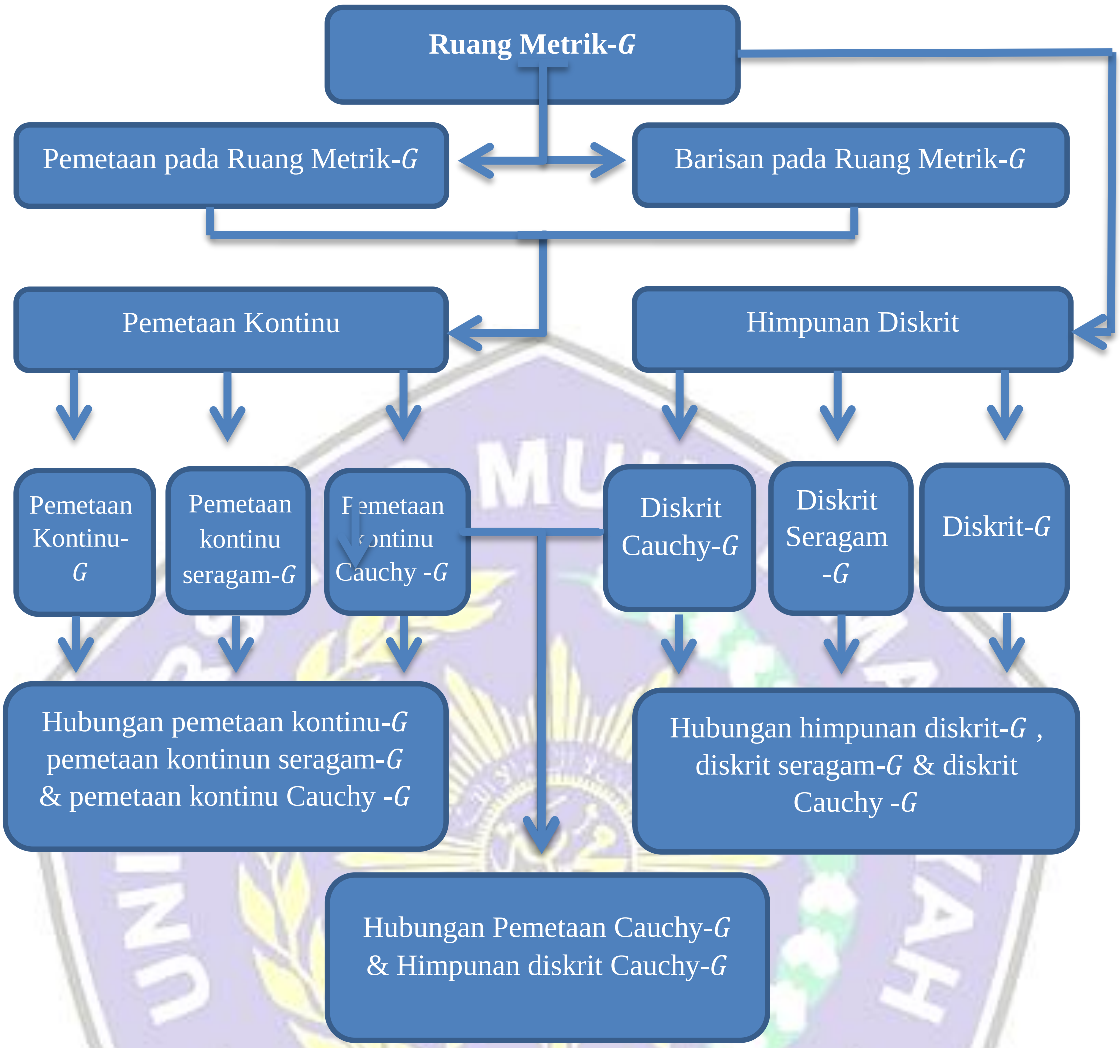
1. Mengetahui hubungan pemetaan kontinu-G, pemetaan kontinu Cauchy-G, dan pemetaan kontinu seragam-G dalam ruang metrik-G.
2. Mengetahui hubungan himpumam diskrit-G, himpunan diskrit Cauchy-G, dan himpunan diskrit seragam-G pada ruang metrik-G.
3. Mengetahui hubungan antara pemetaan kontinu Cauchy-G dan himpunan diskrit Cauchy-G pada ruang metrik-G.

1.4 Kegunaan kajian

Penelitian ini dilaksanakan sebagai upaya memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar sarjana bagi peneliti dan juga untuk meningkatkan pengetahuan peneliti tentang ruang metrik-G. Selain itu besar harapan peneliti agar penelitian ini dapat memberikan sumbangsih bagi perkembangan matematika dalam bidang analisis khususnya pada pemetaan di ruang metrik-G dan dapat menambah daftar referensi bagi penulis-penulis lain yang akan melakukan kajian lebih lanjut terkait ruang metrik-G. Bagi lembaga Universitas Muhammadiyah Ponorogo penelitian ini diharapkan mampu menambah referensi kepustakaan matematika khususnya tentang ruang metrik-G.

1.5 Metode kajian

Metode yang di gunakan dalam penelitian ini adalah mengkaji karya-karya ilmiah seperti buku, artikel dan jurnal yang relevan dengan pemetaan dalam ruang metrik-G. Referensi utama dalam penelitian ini adalah artikel yang berjudul *"Uniform Continuity and Cauchy Continuity in G-Metric Spaces"*. Alur penelitian ini adalah mengkaji tentang definisi metrik-G, barisan pada ruang metrik-G, pemetaan pada ruang metrik-G, beberapa himpunan pada ruang metrik-G, hubungan antar beberapa pemetaan dalam ruang metrik-G, beberapa hubungan antar himpunan didalam ruang metrik-G serta hubungan beberapa pemetaan dan himpunan dalam ruang metrik-G. Untuk lebih jelasnya alur penelitian ini adalah sebagai berikut:



Gambar.1. Alur penelitian

1.6 Definisi istilah

Nilai Mutlak : Nilai tak negatif suatu bilangan real.

Jarak : Panjang lintasan terpendek antara dua objek

Metrik : Perumuman dan abstraksi konsep jarak.

Metrik-*G* : Perumuman dari ruang metrik.

Ruang Metrik-*G* : Pasangan himpunan tak kosong beserta metrik-G.

Metrik Biasa/Euclide : Jarak biasa pada ruang berdimensi hingga $\mathbb{R}^n$.

Batas bawah : Elemen yang tidak melebihi sebarang elemen pada

		sebuah himpunan.
Batas atas	:	Elemen yang tidak kurang dari sebarang elemen pada sebuah himpunan.
Infimum	:	Batas bawah terbesar.
Supremum	:	Batas atas terkecil.
Sifat kepadatan bilangan real	:	Sifat yang menyatakan bilangan rasionan dan irasional ada dimana-mana pada garis bilangan.
Sifat Archimedes	:	Sifat yang menyatakan selalu ada bilangan asli yang lebih besar dari bilangan real apapun.
Persekitaran	:	Himpunan titik-titik yang jaraknya terhadap suatu titik tertentu kurang dari radius yang ditentukan.
Titik interior	:	Titik yang berada didalam himpunan dan bukan titik batasnya.
Titik limit-G	:	Titik dalam ruang metrik-G dimana bayak sekali anggota himpunan berkumpul di titik tersebut.
Jaring-ε	:	Himpunan titik pusat persekitaran radius ε yang apabila persekitaran itu digabung akan menyelimuti himpunan tertentu.
Himpunan tertutup-G	:	Himpunan pada ruang metrik-G yang memuat semua titik kumpulnya
Himpunan terbuka-G	:	Himpunan pada ruang metrik-G yang memuat semua titik interiornya
Penutup himpunan-G	:	Gabungan titik interior dan titik limit pada ruang metrik-G
Barisan konvergen-G	:	Barisan pada ruang metrik-G yang mempunyai limit, kebalikannya barisan divergen-G.
Barisan bagian-G	:	Barisan baru yang dibentuk dengan cara memilih suku-suku barisan induk secara terurut pada ruang metrik-G.
Barisan Cauchy-G	:	Barisan pada ruang metrik-G yang selisih suku-sukunya semakin lama semakin kecil.
Limit pemetaan	:	Nilai yang didekati oleh sebuah pemetaan ketika variabel bebasnya mendekati sebuah titik limit.
Pemetaan konvergen-G	:	Pemetaan pada ruang metrik-Gyang mempunyai limit

		di titik limit tertentu.
Pemetaan kontinu-G	:	Pemetaan yang nilai limitnya dan nilai pemetaannya sama disetiap titik limit domainnya dalam ruang metrik-G.
Pemetaan kontinu seragam-G	:	Kontinu yang kriteria keseragamannya sama untuk setiap anggota domain dalam ruang metrik-G.
Pemetaan kontinu Cauchy-G	:	Pemetaan dalam ruang metrik-G yang mempertahankan barisan Cauchy-G pada kodomainnya.
Pemetaan Diskrit-G	:	Pemetaan pada ruang metrik-G yang mengakibatkan jarak antara dua titik berbeda pada kodomainnya tidak padat
Pemetaan Diskrit Seragam-G	:	Pemetaan pada ruang metrik-G yang jarak antara dua titik berbeda pada kodomainnya lebih dari suatu kriteria yang sama.
Pemetaan Diskrit Cauchy-G	:	Pemetaan pada ruang metrik-Gyang membuat seluruh himpunan bagian terbatas total-G pada kodomainnya berhingga.