

**KONSISTENSI AKSIOMA-AKSIOMA TERHADAP ISTILAH-ISTILAH  
TAKTERDEFINISI GEOMETRI HIPERBOLIK PADA MODEL  
PIRINGAN POINCARÉ**



Oleh :  
**FEBRIYANA PUTRA PRATAMA**  
14321782

**Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan  
untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

**2018**

## ABSTRAK

**FEBRIYANA PUTRA PRATAMA** : Konsistensi aksioma-aksioma terhadap istilah-istilah takterdefinisi geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare. **Skripsi. Ponorogo : Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2018.**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui interpretasi istilah-istilah takterdefinisi geometri Hiperbolik dan konsistensi aksioma-aksioma geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare.

Penelitian ini merupakan penelitian kajian pustaka yang membahas mengenai geometri Hiperbolik. Skripsi ini mengacu pada buku *Foundation of Geometry second Edition* karangan Gerard A. Venema (2012), *Euclidean and Non Euclidean Geometry (Development and History)* karangan Greenberg (1994), *Geometry: Euclid and Beyond* karangan Hartshorne (2000) dan *Euclidean Geometry : A First Course* karangan M. Solomonovich (2010). Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian adalah: (1) mengkaji berbagai referensi mengenai topik geometri Hiperbolik. (2) menyajikan kembali definisi-definisi serta teorema-teorema yang menjadi dasar dalam mempelajari geometri Hiperbolik. (3) menyusun seluruh materi yang telah dikumpulkan secara runtut agar memudahkan pembaca dalam memahaminya.

Penelitian ini berhasil menginterpretasikan istilah-istilah takterdefinisi geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare dan berhasil menunjukkan aksioma-aksioma geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare konsisten terhadap istilah-istilah takterdefinisi.

**Kata Kunci:** Geometri, Geometri Hiperbolik, Model Piringan Poincare.

## ABSTRACT

**FEBRIYANA PUTRA PRATAMA:** The Consistency of Poincare Disk Models for Hyperbolic Geometry. **Thesis. Ponorogo: Mathematics Education Study Program, Muhammadiyah University of Ponorogo, 2018.**

This research aims to determine the interpretation of undefined terms of Hyperbolic geometry and consistency of axioms of Hyperbolic geometry in the Poincare disk model.

This research is a literature study that discusses about Hyperbolic geometry. This thesis refers to the book of *Foundation of Geometry second edition* by Gerard A. Venema (2012), *Euclidean and Non Euclidean Geometry (Development and History)* by Greenberg (1994), *Geometry : Euclid and Beyond* by Hartshorne (2000) and *Euclidean Geometry: A First Course* by M. Solomonovich (2010). The steps taken in the study are: (1) reviewing the various references on the topic of Hyperbolic geometry. (2) representing the definitions and theorems on which the Hyperbolic geometry is based. (3) prepare all materials that have been collected in coherence to facilitate the reader in understanding it.

The research succeeds in interpreting the undefined terms of Hyperbolic geometry in the Poincare disk model and also successfully show the consistency of the axioms of Hyperbolic geometry to the undefined terms of Hyperbolic geometry .

**Keywords:** Geometry, Hyperbolic Geometry, Poincare Disk Model.



## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama Mahasiswa : Febriyana Putra Pratama

NIM Mahasiswa : 14321782

Program Studi : Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya dalam skripsi ini tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Ponorogo, 14 Agustus 2018

Yang membuat pernyataan



Febriyana Putra Pratama  
NIM. 14321782

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**KONSISTENSI AKSIOMA-AKSIOMA TERHADAP ISTILAH-ISTILAH  
TAKTERDEFINISI GEOMETRI HIPERBOLIK PADA MODEL  
PIRINGAN POINCARÉ**

**FEBRIYANA PUTRA PRATAMA  
NIM. 14321782**

Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan  
untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan  
Program Studi Pendidikan Matematika

Menyetujui untuk diajukan pada ujian skripsi  
Pembimbing,



Dr. Julan Hernadi, M.Si

**LEMBAR PENGESAHAN**

**KONSISTENSI AKSIOMA-AKSIOMA TERHADAP ISTILAH-ISTILAH  
TAKTERDEFINISI GEOMETRI HIPERBOLIK PADA MODEL PIRINGAN  
POINCARÉ**

**FEBRIYANA PUTRA PRATAMA**  
**NIM. 14321781**

Dipersembahkan di depan Tim Penguji Skripsi  
Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
tanggal : 14 Agustus 2018

**TIM PENGUJI**

Nama

Tanda Tangan

**Dr. Julan Hernadi, M.Si**  
NIP. 19670705 199303 1 003

**Dr. Sumaji, M.Pd**  
NIP. 19630303 199103 1 003

**Arta Ekayanti, M.Sc**  
NIK. 19910118 201609 13



Ponorogo, 14 Agustus 2018

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Ponorogo

Dekan,



**Arta Ekayanti, M.Sc**  
NIK. 19910118 201609 13

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Berani gagal demi mewujudkan kesuksesan  
Yakin, Usaha, Sampai

Skripsi ini untuk ibuku, ayahku, adikku, kakekku, nenekku, almamaterku, dan  
setiap orang yang berkenan membaca serta memahaminya.



## KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa dipanjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi yang berjudul “Konsistensi Aksioma-aksioma terhadap Istilah-istilah Takterdefinisi Geometri Hiperbolik pada Model Piringan Poincare”.

Penghargaan setinggi-tingginya ingin penulis sampaikan pada semua pihak, yang telah memberikan bimbingan, arahan, motivasi serta doa dalam penyusunan skripsi ini. Khususnya kepada Dr. Julan Hernadi, M.Si selaku dosen pembimbing skripsi. Selain itu ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada :

1. Rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo dan Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan beserta staf, yang telah membantu sehingga skripsi ini bisa terselesaikan.
  2. Kaprodi Pendidikan Matematika serta para dosen Program Studi Pendidikan Matematika yang telah memberikan bekal ilmu.
  3. Bapak, ibu dan adek tercinta yang telah memberikan dukungan dan doa hingga penulis dapat menyelesaikan studi.
  4. Teman-teman mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo angkatan tahun 2014, teman-teman alumni MA MIFTAHUSSALAM dan terkhusus untuk penduduk rumpuk (Pian, Kiki dan Anton), atas motivasi kebersamaan, kekompakan selama masa kuliah semoga kedepannya akan tetap terjaga.
  5. Teman-teman HMI Selingkup Unmuh Ponorogo, HMPS Delta, Kopma Surya Kencana yang telah memberikan banyak pengalaman berorganisasi selama masa kuliah.
  6. Semua pihak yang tidak bisa saya sebutkan satu persatu yang telah memberikan dalam penyusunan skripsi ini. Semoga Allah SWT memberikan balasan yang setim
- Teriring harapan semoga Allah SWT senantiasa membalas kebaikan pihak-pihak tersebut. Harapan penulis semoga skripsi ini bermanfaat bagi pembaca. Aamiin

Ponorogo, 14 Agustus 2018



Febriyana Putra Pratama



## DAFTAR ISI

|  |      |
|--|------|
| SAMPUL DALAM .....                                     | i    |
| ABSTRAK .....  | ii   |
| <i>ABSTRACT</i> .....                                  | iii  |
| PERNYATAAN KEASLIAN KARYA .....                        | iv   |
| LEMBAR PERSETUJUAN.....                                | v    |
| LEMBAR PENGESAHAN.....                                 | vi   |
| HALAMAN PERSEMBAHAN .....                              | vii  |
| DAFTAR ISI.....  | viii |
| DAFTAR GAMBAR.....                                     | ix   |
| <br>   |      |
| BAB 1. PENDAHULUAN .....                               | 1    |
| 1.1 Latar Belakang Masalah .....                       | 1    |
| 1.2 Rumusan Masalah .....                              | 2    |
| 1.3 Tujuan Kajian.....                                 | 2    |
| 1.4 Kegunaan Kajian .....                              | 2    |
| 1.5 Metode Kajian.....                                 | 3    |
| 1.6 Definisi Istilah.....                              | 3    |
| <br>   |      |
| BAB 2. KAJIAN PUSTAKA.....                             | 4    |
| 2.1. Aksioma-aksioma pada Geometri Bidang.....         | 4    |
| 2.2. Aksioma Refleksi.....                             | 8    |
| 2.3. Aksioma Kesejajaran Euclid dan Hiperbolik .....   | 8    |
| 2.4. Teorema Proyeksi Kesejajaran .....                | 10   |
| 2.5. Segitiga Sebangun.....                            | 11   |
| 2.6. Teorema Pythagoras.....                           | 11   |
| 2.7. Lingkaran dan Garis pada Geometri Netral .....    | 12   |
| 2.8. Lingkaran dan Segitiga pada Geometri Netral ..... | 14   |
| 2.9. Lingkaran-lingkaran pada Geometri Euclid.....     | 14   |
| 2.10. Kekontinuan Lingkaran.....                       | 16   |
| <br>   |      |
| BAB 3. PEMBAHASAN.....                                 | 17   |
| 3.1. Inversi terhadap Lingkaran Euclid.....            | 17   |
| 3.2. Model Piringan Poincare .....                     | 28   |
| <br>   |      |
| BAB 4. PENUTUP .....                                   | 34   |
| 4.1. Simpulan.....                                     | 34   |
| 4.2. Saran.....  | 34   |
| <br>   |      |
| DAFTAR PUSTAKA.....                                    | 35   |

## DAFTAR GAMBAR

|   |    |
|---|----|
| Gambar 2.1. Dua titik yang membentuk sebuah garis tunggal.....  | 4  |
| Gambar 2.2. Definisi koliner dan nonkoliner.....  | 4  |
| Gambar 2.3. Himpunan konveks dan tidak konveks.....   | 5  |
| Gambar 2.4. Definisi sudut.....   | 5  |
| Gambar 2.5. Definisi garis bagi sudut.....  | 6  |
| Gambar 2.6. Definisi garis tegak lurus.....   | 6  |
| Gambar 2.7. Definisi dua segitiga kongruen.....   | 7  |
| Gambar 2.8. Pembuktian teorema segitiga samakaki.....   | 8  |
| Gambar 2.9. Ketunggalan titik potong.....   | 8  |
| Gambar 2.10. Ilustrasi definisi 2.3.2.....  | 9  |
| Gambar 2.11. Sudut dalam berseberangan.....   | 9  |
| Gambar 2.12. Teorema sudut dalam berseberangan.....   | 9  |
| Gambar 2.13. Aksioma kesejajaran Hiperbolik.....  | 10 |
| Gambar 2.14. Ilustrasi teorema universal Hiperbolik.....  | 10 |
| Gambar 2.15. Teorema proyeksi kesejajaran.....  | 11 |
| Gambar 2.16. Definisi dua segitiga yang sebangun.....   | 11 |
| Gambar 2.17. Teorema Pythagoras.....  | 11 |
| Gambar 2.18. Lingkaran dan jari-jari lingkaran.....   | 12 |
| Gambar 2.19. Tali busur dan diameter.....   | 12 |
| Gambar 2.20. $t$ sebagai garis singgung, $s$ sebagai garis sekan.....                                 | 13 |
| Gambar 2.21. Pusat lingkaran berada pada garis bagi tegak lurus tali busur.....                       | 13 |
| Gambar 2.22. Lingkaran-lingkaran yang menyinggung.....  | 13 |
| Gambar 2.23. Ilustrasi lingkaran luar segitiga.....   | 14 |
| Gambar 2.24. Ilustrasi teorema 2.9.1.....   | 14 |
| Gambar 2.25. Sudut keliling yang menghadap diameter.....  | 15 |
| Gambar 2.26. Sudut pusat dan sudut keliling lingkaran.....  | 15 |
| Gambar 2.27. Sudut keliling yang menghadap busur yang sama, besarnya sama.....                        | 15 |
| Gambar 2.28. Power suatu titik terhadap lingkaran.....  | 16 |
| Gambar 2.29 Aksioma kekontinuan lingkaran.....  | 16 |
| Gambar 3.1. Ilustrasi definisi inversi lingkaran.....   | 17 |
| Gambar 3.2. Kontruksi $P'$ pada kasus $P$ berada di dalam $C$ .....                                   | 18 |
| Gambar 3.3. Kontruksi $P'$ pada kasus $P$ berada di luar $C$ .....                                    | 19 |
| Gambar 3.4. Dua kemungkinan teorema 3.1.1.....  | 19 |
| Gambar 3.5. Ilustrasi inversi garis $m$ terhadap $C$ .....  | 20 |
| Gambar 3.6. Kasus $A \neq O$ .....  | 21 |
| Gambar 3.7. Definisi orthogonal.....  | 21 |
| Gambar 3.8. Inversi lingkaran orthogonal.....   | 22 |
| Gambar 3.9. $R$ dan $S$ berada pada lingkaran $\gamma$ yang orthogonal terhadap $C$ .....             | 22 |
| Gambar 3.10. Kemungkinan pertama, $O$ berada pada $m$ .....   | 23 |
| Gambar 3.11. Kemungkinan kedua, $O$ tidak berada pada $m$ .....                                       | 23 |
| Gambar 3.12. Busur lingkaran dan sinar garis singgung.....  | 24 |
| Gambar 3.13. Sudut diantara sinar dan busur lingkaran dan sudut diantara dua busur lingkaran.....     | 24 |
| Gambar 3.14. Sudut $\angle PP'D^*$ dan $\angle P'PC^*$ adalah kongruen.....                           | 25 |
| Gambar 3.15. $\angle P'PC$ kongruen dengan sudut diantara $\gamma(P', C')$ dan $\overline{P'P}$ ..... | 25 |
| Gambar 3.16. Teorema 3.1.10.....  | 26 |
| Gambar 3.17. Ilustrasi Teorema 3.1.8.....   | 27 |

|   |    |
|---|----|
| Gambar 3.18. Titik Poincare, dua tipe garis Poincare dan $P, Q$ sebagai titik ideal.....                    | 28 |
| Gambar 3.19. Interpretasi ukuran sudut dalam model piringan Poincare .....                                  | 29 |
| Gambar 3.20. Ada lebih dari satu garis sejajar yang melewati sebuah titik diluar garis yang diberikan ..... | 30 |
| Gambar 3.21. Garis sejajar asimtotik.....   | 30 |
| Gambar 3.22. Dua sinar limit kesejajaran $P$ .....  | 30 |
| Gambar 3.23. Segmen yang tegak lurus .....  | 30 |
| Gambar 3.24. Segiempat Saccheri.....  | 30 |
| Gambar 3.25. Segiempat Lambert.....   | 30 |
| Gambar 3.26. Garis-garis yang sejajar .....   | 30 |
| Gambar 3.27. Segiempat aksiomatik.....  | 30 |
| Gambar 3.28. Ilustrasi aksioma jarak.....   | 31 |

