BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kata "geometri" berasal dari dua suku kata bahasa Yunani yakni $\gamma\varepsilon\alpha$ - [gea] yang berarti "bumi" dan $\mu\varepsilon\tau\rho\varepsilon\iota\upsilon$ - [metrein] yang berarti "mengukur". Geometri awalnya adalah ilmu pengetahuan untuk mengukur tanah. Sejarawan Yunani Herodotus (5 abad SM) menambahi orang-orang mesir (Babylonia, Hindu, China) juga mempengaruhi banyak tentang informasi geometri.

Sebagai pengembangan pengetahuan, matematikawan merasa perlu mendalami geometri secara sistematis. Sekitar tahun 300 SM muncul buku *The Elements* Euclid yang ditulis oleh Euclid yang menjadi dasar penalaran matematis selama 2000 tahun. Dalam karya ini, Euclid menulis definisi, aksioma atau aksioma sebagai fondasi geometri Euclid. Para matematikawan kemudian mengatur bagian-bagian dalam karya Euclid ke dalam sistem aksiomatik.

Sistem aksiomatik merupakan program Euclid untuk mengatur geometri. Bagian-bagian dari sistem aksiomatik adalah istilah takterdefinisi, definisi, aksioma, teorema dan bukti. Bagian pertama dari sistem aksiomatik adalah istilah takterdefinisi. Dalam buku *The Elements*, Euclid mencoba untuk mendefinisikan semua istilah di dalamnya, akan tetapi sekarang telah diakui bahwa tidaklah mungkin untuk mendefinisikan semua istilah-istilah tersebut, sehingga muncul istilah takterdefinisi. Istilah lain selain istilah takterdefinisi disebut istilah terdefinisi. Istilah terdefinisi didefinisikan menggunakan istilah takterdefinisi. Bagian kedua dari sistem aksiomatik adalah aksioma. Kata aksioma dan aksioma merupakan istilah yang sama. Aksioma merupakan pernyataan yang diakui kebenarannya tanpa memerlukan pembuktian. Aksioma-aksioma dari sistem aksiomatik ini dibangun menggunakan istilah-istilah tak terdefinisi. Bagian terakhir dari sistem aksiomatik adalah teorema dan pembuktiannya. Bagian ketiga dari sistem aksiomatik ini bekerja berdasarkan aksioma.

Dalam buku *The Elements*, terdapat lima aksioma Euclid, salah satunya yakni aksioma kesejajaran Euclid. Aksioma ini mengatakan bahwa hanya satu garis yang dapat dibuat melalui sebuah titik yang sejajar dengan garis yang diberikan. Aksioma kelima Euclid menyebabkan perbedaan pendapat di kalangan matematikawan mengenai kebenaran penempatannya. Beberapa matematikawan mencurigai bahwa aksioma tersebut sesungguhnya teorema yang harus dibuktikan kebenarannya. Dengan kata lain, aksioma tersebut bergantung dengan empat aksioma lainnya. Namun usaha tersebut tidak ada yang membuahkan hasil. Akan tetapi usaha pembuktian itu menyadarkan para matematikawan bahwa aksioma tersebut tidaklah pasti dan memungkinkan adanya teori geometri lain. Para matematikawan menyebut geometri tersebut dengan geometri non-Euclid.

Salah satu dari geometri non-Euclid adalah geometri Hiperbolik yang ditemukan secara terpisah oleh Bolyai (1802-1860) dan Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1792-1856) dan Carl Friedrich Gauss (1777-1855) tertarik untuk membuktikan aksioma kelima Euclid dengan cara kontradiksi. Pada geometri Hiperbolik ada paling tidak dua buah garis yang melalui sebuah titik di luar garis yang diberikan. Geometri Hiperbolik berdasarkan pada enam aksioma geometri Netral dan aksioma kesejajaran Hiperbolik. Geometri ini lebih tepat disebut geometri Hiperbolik aksiomatik karena pembuktian teorema-teorema di dalamnya berdasarkan pada aksioma-aksioma geometri Hiperbolik dan diinterpretasikan menggunakan model geometri Hiperbolik.

Model merupakan interpretasi dari sistem aksiomatik. Model ini haruslah menunjukkan bahwa aksioma-aksioma dari sistem aksiomatik adalah sebuah pernyataan yang benar berdasarkan interpretasi istilah-istilah takterdefinisi. Dengan kata lain, aksioma tersebut haruslah konsisten (tidak ada argumen yang kontradiksi) atau dapat terverifikasi dengan interpretasi istilah-istilah tak terdefinisi.

Geometri Hiperbolik dapat divisualisasikan ke dalam beberapa model. Salah satu visualisasi model pada geometri Hiperbolik adalah model piringan Poincare. Model ini diperkenalkan oleh matematikawan asal Prancis yakni Henri Poincare (1854-1912). Model ini sangat menarik, karena model ini dikonstruksi dalam geometri Euclid dengan menggunakan inversi terhadap lingkaran Euclid. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mengkaji lebih dalam mengenai konsistensi aksioma-aksioma terhadap istilah-istilah takterdefinisi geometri Hiperbolik pada model pirigan Poincare .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana interpretasi istilah-istilah takterdefinisi geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare?
2. Apakah aksioma-aksioma geometri Hiperbolik konsisten terhadap istilah-istilah takterdefinisi geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui interpretasi istilah-istilah tak terdefinisi geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare.
2. Menunjukkan aksioma-aksioma geometri Hiperbolik konsisten terhadap istilah-istilah tak terdefinisi geometri Hiperbolik pada model piringan Poincare.

1.4 Kegunaan Kajian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat untuk berbagai pihak. Adapaun manfaatnya adalah sebagai berikut :

1. Bagi Penulis
   Penelitian ini menjadi sarana pengembangan wawasan keilmuan baru mengenai geometri non-Euclid, khususnya geometri Hiperbolik dan juga konsistensi salah satu modelnya yakni model piringan Poincare.
2. Bagi Pembaca dan Mahasiswa Pendidikan Matematika
   Penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai sumber dalam mendalami ilmu geomteri non-Euclid ataupun referensi pada mata kuliah geometri non-Euclid.
3. Bagi Lembaga
   Penelitian ini dapat menambah koleksi kepustakaan bidang geometri di perpustakaan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.

1.5 Metode Kajian

Metode kajian yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode kajian pustaka yaitu dengan mengkaji referensi-referensi mengenai geomteri Hiperbolik. Pembahasan kripsi ini mengacu pada buku *Foundation of Geometry second Edition* karangan Gerard A. Venema (2012), *Euclidean And Non Euclidean Geometry (Development and History)* karangan Greenberg (1994), *Geometry and Beyond* karangan Hartshorne (2000) dan *Euclidean Geometry : A First Course* karangan M. Solomonovich (2010)..

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian adalah:

1. Mengkaji berbagai referensi mengenai topik geometri Hiperbolik.
2. Menyajikan kembali definisi-definisi serta teorema-teorema yang menjadi dasar dalam mempelajari geometri Hiperbolik.
3. Menyusun seluruh materi yang telah dikumpulkan secara runtut agar memudahkan pembaca dalam memahaminya.

1.6 Definisi Istilah

Berikut akan diberikan definisi-definisi istilah kunci yang sering digunakan pada skripsi ini.

1.	Aksioma atau postulat	: Pernyataan yang dianggap benar dan tidak perlu diperdebatkan lagi.
2.	Busur Lingkaran	: Sebarang bagian lingkaran
3.	Diameter	: Tali busur yang melewati pusat lingkaran
4.	Garis	: Suatu istilah untuk menyatakan garis lurus
5.	Garis Lurus	: Lintasan perpindahan titik yang sarahnya tidak berubah
6.	Interpretasi dari sistem aksiomatik	: Cara untuk mengartikan istilah tak terdefinisi pada sistem tersebut.
7.	Sinar	: Bagian dari garis yang dibatasi pada salah satu sisinya oleh sebuah titik yang berada pada garis.
8.	Segmen	: Bagian garis yang dibatasi kedua sisinya oleh dua titik yang berada pada garis.
9.	Sudut	: Gambar yang dibentuk oleh dua sinar dari sebuah titik persekutuan dan tidak berada pada garis yang sama.
10.	Tali busur	: Garis lurus yang menghubungkan titik-titik ujung busur.
11.	Titik pembatas	: Titik-titik ujung segmen
12.	Titik tengah segmen	: Jika ada sebuah titik yang membagi ke dalam dua segmen yang kongruen.