



um  
The Learning  
University

# PROSIDING SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN MATEMATIKA

**TEMA:**

**Pengembangan 4C's dalam Pembelajaran Matematika:  
Sebuah Tantangan Pengembangan Kurikulum Matematika**

**Malang, 28 Mei 2016**

**di Aula FMIPA, Universitas Negeri Malang**

**PROGRAM STUDI S2-S3 PENDIDIKAN MATEMATIKA  
PASCASARJANA  
UNIVERSITAS NEGERI MALANG**

## **PROSES BERPIKIR**

SRLE: Strategi Pembelajaran Statistika yang Interaktif

*Dian Permatasari & Hanifah Latifah Hadiat (827 – 838)*

Proses Representasi Skematik pada Penyelesaian Soal Cerita Matematika

*Achmad Faruq, Ipung Yuwono, & Tjang Daniel C. (839 – 848)*

*Pseudo* Konstruksi Siswa dalam Menyelesaikan Soal Pertidaksamaan Kuadrat

*Dwi Susanti, Purwanto, & Erry Hidayanto (849 – 858)*

Proses Berpikir Siswa Tunanetra dalam Menyelesaikan Permasalahan pada Materi SPLDV Berdasarkan Teori Pemrosesan Informasi

*Indah Syafitri. T., Subanji, & Dwiyana (859 – 869)*

Kemampuan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Materi Pola Bilangan yang Menggunakan Strategi Identifikasi Pola Secara *Figural*

*Iva Nurmawanti, Edy Bambang Irawan, & I Made Sulandra (870 – 879)*

Analisis Miskonsepsi Siswa dalam Menyelesaikan Soal Materi Jarak Bangun Ruang dengan Tes Pilihan Ganda Uraian

*Lelia Anggia, Purwanto, & Erry Hidayanto (880 – 888)*

Berpikir Intuitif Siswa Saat Menyelesaikan Masalah Matematika dalam Tinjauan *Gesture*

*Sriyanti Mustafa (889 – 898)*

Indikasi Kegagalan Metakognitif Mahasiswa Pendidikan Matematika Tahun Pertama dalam Membuktikan “Pernyataan Sederhana”

*Eka Resti Wulan, Yulia Izza El Milla, & Bendot Tri Utomo (899 – 910)*

Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Kelas X pada Materi Perbandingan Trigonometri

*Natalia Rosalina Rawa, Akbar Sutawidjaja, & Sudirman (911 – 923)*

Pengembangan Penalaran Matematis pada Materi Persamaan Kuadrat untuk Siswa SMA

*Wahyudi, Purwanto, & Sri Mulyati (924 – 932)*

Profil Keterampilan Berpikir Kritis Siswa SMP

*Yayan Eryk Setiawan & Sunardi (933 – 942)*

Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa pada Mata Kuliah Trigonometri Berdasarkan Gaya Belajar Mahasiswa

*Retno Andriyani & Nisvu Nanda Saputra (943 – 950)*

Kajian Pengetahuan Prasyarat Tentang Kesebangunan dan Kongruensi pada Siswa Kelas IX SMP Negeri Kota Malang

*Setyaning Dewi Anggraeni, Gatot Muhsetyo, & Sri Mulyati (951 – 961)*

Analisis Kesalahan Pembuktian Matematis Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real

*Ratu Sarah Fauziah Iskandar & Retno Andriyani (962 – 967)*

## PENGEMBANGAN PENALARAN MATEMATIS PADA MATERI PERSAMAAN KUADRAT UNTUK SISWA SMA

Wahyudi<sup>1</sup>; Purwanto<sup>2</sup>; Sri Mulyati<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Universitas Negeri Malang, Jalan Semarang Nomor 5

[wahyudibooleng@yahoo.co.id](mailto:wahyudibooleng@yahoo.co.id), [purwanto.fmipa@um.ac.id](mailto:purwanto.fmipa@um.ac.id), [sri.mulyati.fmipa@um.ac.id](mailto:sri.mulyati.fmipa@um.ac.id)

**Abstrak:** Penalaran matematis merupakan suatu kemampuan yang harus dimiliki oleh siswa dalam belajar matematika karena penalaran dan matematika merupakan satu kesatuan yang tidak terpisahkan. Penalaran matematis digunakan untuk menarik suatu kesimpulan dengan benar berdasarkan fakta-fakta atau bukti-bukti yang ada. Pada dasarnya semua materi matematika dapat dikembangkan untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis, antara lain materi persamaan kuadrat. Kajian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran matematis pada materi persamaan kuadrat untuk siswa SMA. Kemampuan penalaran matematis pada materi persamaan kuadrat dapat dikembangkan dengan empat indikator yaitu: siswa mampu mengidentifikasi bentuk, siswa mampu membuat dugaan, siswa mampu memberikan argumen, dan siswa mampu menarik suatu kesimpulan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. Deskripsi pengembangan penalaran ini dapat dijadikan sebagai alternatif pengembangan penalaran matematis agar siswa mampu memahami dan menguasai materi tersebut dengan dilandasi penalaran. Selain itu, adanya peran guru dalam mengembangkan penalaran diharapkan mampu meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa.

**Kata kunci:** penalaran matematis, persamaan kuadrat, metode penyelesaian.

Beecher, dkk (2006) menyatakan bahwa dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat menggunakan tiga metode yaitu, metode pemfaktoran, metode menyempurnakan kuadrat dan metode rumus kuadratik. Ketiga metode ini memiliki langkah-langkah yang berbeda-beda, sehingga siswa diharapkan memahami dan mengerti metode-metode penyelesaian persamaan kuadrat. Hal ini perlu diketahui oleh siswa supaya ketika siswa mendapatkan suatu permasalahan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, siswa dapat mendapatkan penyelesaian yang tepat dengan menggunakan metode penyelesaian yang mereka kuasai.

Terkadang terdapat guru yang hanya fokus menjelaskan satu diantara ketiga metode penyelesaian persamaan kuadrat. Hal ini diungkapkan oleh Lima dan Tall (2010) yang mengatakan bahwa siswa seharusnya diperkenalkan ketiga metode penyelesaian persamaan kuadrat namun terdapat guru yang hanya mengajarkan satu metode dalam menyelesaikan masalah persamaan kuadrat. Dengan demikian siswa tidak menguasai dan memahami metode lainnya. Dalam memahami suatu materi matematika diperlukan penalaran.

Penalaran merupakan salah satu kegiatan yang harus dilakukan siswa yang diharapkan pada kurikulum 2013. Dengan kegiatan bernalar, siswa dapat memahami materi-materi yang disampaikan oleh guru. Hal tersebut juga diungkapkan oleh Sidenvall, dkk (2015) dan Jader, dkk (2016) yang mengatakan bahwa pada setiap tingkat pemahaman matematika terdapat penalaran matematis. Menurut Shadiq (2004) materi matematika dan penalaran matematis tidak dapat dipisahkan karena materi matematika dipahami melalui penalaran dan sebaliknya. Sedangkan menurut para ahli matematika, mengembangkan kemampuan matematika siswa melibatkan penyatuan habitat matematika dalam pikiran atau otak yang mempromosikan tidak hanya kemampuan prosedural tetapi juga pemahaman konseptual, penalaran adaptif, dan kompetensi strategi. (Cuoco, dkk. dalam Bieda, dkk., 2013).

Oleh karena itu, peneliti ingin mengembangkan penalaran matematis siswa dalam materi persamaan kuadrat. Pengembangan ini didasarkan pada NCTM tahun 2000 dan penelitian-

penelitian sebelumnya yang disesuaikan dengan materi persamaan kuadrat. Dengan demikian, peneliti merancang bagaimana mengembangkan penalaran matematis siswa SMA pada materi persamaan kuadrat. Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan penalaran matematis siswa SMA pada materi persamaan kuadrat. Hal ini diteliti agar setiap guru atau pembaca sebelum mengajarkan suatu materi, siswa terlebih dahulu mengetahui dan merancang bagaimana penalaran siswa SMA pada materi persamaan kuadrat. Agar dalam kegiatan pembelajaran mendapatkan hasil yang maksimal.

## PEMBAHASAN

Pada bagian ini ada beberapa hal yang akan dibahas dan dikaji yang berkaitan dengan penalaran matematis siswa dalam materi persamaan kuadrat.

### a. Penalaran Matematis

Definisi penalaran menurut OALD (2016) adalah proses berpikir segala hal yang masuk akal atau ide-ide yang didasarkan pada pemikiran yang masuk akal. Dengan demikian dapat diketahui bahwa suatu kegiatan yang tidak hanya berpikir saja tetapi harus dilandasi pemikiran yang masuk akal. Umay (2003) berpendapat bahwa penalaran merupakan proses mencapai kesimpulan dengan memperhatikan faktor-faktor yang berhubungan. Hal ini dapat dipahami bahwa untuk mencapai suatu kesimpulan diperlukan bukti, prinsip, atau faktor-faktor yang semuanya berhubungan dengannya.

Menurut Sumpter (2015) penalaran merupakan suatu garis pemikiran. Sedangkan Lithner (2003), Boesen, dkk (2010), dan Sidenvall, dkk (2015) berpendapat bahwa penalaran merupakan garis pemikiran atau cara berpikir untuk mendapatkan suatu pernyataan dan kesimpulan. Lithner (2003) juga menambahkan bahwa kegiatan ini tidak selalu didasarkan pada logika deduktif formal. Hal ini juga diperkuat oleh Sumpter (2015) penalaran yang dimaksud tidak terbatas penalaran deduktif matematika atau bukti-bukti, akan tetapi pemikiran yang logis juga dikatakan penalaran. Hal ini dapat diketahui bahwa selama pemikiran atau cara berpikir diterima oleh akal maka disebut penalaran.

Bieda, dkk. (2013) menyatakan bahwa penalaran mencakup keterlibatan dalam proses dalam rangka menggeneralisasikan fenomena matematika dan atau dugaan tentang hubungan-hubungan matematis, *proving* mencakup memeriksa kebenaran klaim matematis untuk domain dimana klaim tersebut diaplikasikan dengan menggunakan penalaran valid secara logis. Sehingga penalaran memiliki peran penting dalam matematika. Hal ini juga diungkapkan oleh Reiss, dkk, (2008) yang mengatakan bahwa dalam matematika, penalaran memiliki peran khusus. NCTM (2008) menjelaskan bahwa peran penalaran dalam matematika ketika pengambilan suatu keputusan.

Standar penalaran pada NCTM (2000) dijelaskan bahwa siswa seharusnya dapat mengenal penalaran dan pembuktian sebagai aspek dasar matematika, membuat dan menyelidiki dugaan-dugaan matematika, mengembangkan dan mengevaluasi argument dan pembuktian matematika, memilih dan menggunakan berbagai tipe penalaran dan metode pembuktian. Keempat standar ini menjadi pedoman dalam mengembangkan kemampuan penalaran di setiap jenjang.

Dalam melaksanakan standar tersebut, diperlukan peran guru sehingga kemampuan penalaran siswa dapat ditingkatkan. Terdapat tiga peran utama guru (NCTM, 2000) yaitu, pertama, guru melibatkan siswa secara rutin dalam berpikir dan bernalar dalam kelas. Kedua, guru merancang dan memilih tugas-tugas siswa. Menurut Kuchemann (2006) untuk mengembangkan penalaran matematis siswa diperlukan faktor-faktor yang berpotensi yaitu peran guru dan suatu lembaga pembelajaran. Pengetahuan guru sangat penting untuk menyusun tugas yang sesuai dalam meningkatkan kemampuan penalaran siswa (Stylianides, 2006). Ketiga, guru sebagai

monitor perkembangan kecakapan penalaran siswa. Guru perlu mengetahui beberapa cara untuk membuktikan suatu pernyataan agar dapat mengevaluasi argumen-argumen siswa yang berbeda dan mengembangkan pembuktian pada level dimana siswa mereka berada. Pembuktian dapat menggunakan bahasa sehari-hari, menggunakan aljabar, dan menggunakan gambar (Stylianides, 2006).

#### **b. Materi Persamaan Kuadrat**

Dalam kajian ini materi yang digunakan adalah persamaan kuadrat satu variabel. Persamaan kuadrat merupakan suatu persamaan yang ekuivalen dengan  $ax^2 + bx + c = 0$  dengan  $a \neq 0$  serta  $a, b$ , dan  $c$  merupakan bilangan real (Navedtra, 2003) dan (Beecher, 2006). Menurut Beecher (2006) persamaan kuadrat yang ditulis dalam bentuk  $ax^2 + bx + c = 0$  dapat disebut bentuk baku dari persamaan kuadrat. Dalam memecahkan atau menyelesaikan suatu masalah persamaan kuadrat menggunakan dua prinsip yaitu prinsip perkalian nol dan prinsip akar kuadrat. Prinsip perkalian nol yaitu "jika  $ab=0$  benar, maka  $a=0$  atau  $b=0$ , dan jika  $a=0$  atau  $b=0$ , maka  $ab=0$ ". Sedangkan prinsip akar kuadrat yaitu "jika  $x^2 = k$ , maka  $x = \sqrt{k}$  atau  $x = -\sqrt{k}$ ". Dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat menggunakan beberapa cara atau metode. Metode-metode tersebut diantaranya yaitu metode pemfaktoran, melengkapkan kuadrat sempurna dan rumus kuadrat.

#### **c. Penalaran Matematis Dalam Materi Persamaan Kuadrat**

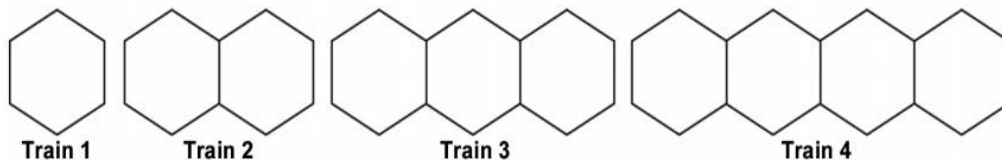
Penalaran matematis merupakan proses bernalar, memahami ide-ide matematika dan konsep yang melekat yang sesuai dengan prosedur (Bieda, dkk, 2013). Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) menyatakan bahwa penalaran matematis mengarah pada kemampuan dalam memformulasikan dan menggambarkan masalah matematika yang diberikan, menjelaskan serta membenarkan solusi atau argumen. Untuk mengembangkan penalaran matematis dalam suatu materi matematika diperlukan indikator-indikator penalaran.

Menurut Sacramento (2008) indikator dalam penalaran matematis adalah, *recognizing and generalizing patterns, identifying and organizing relevant information*, serta *validating conjectures both inductively and deductively*. Sedangkan Canadas & Castro (2007) menyatakan bahwa indikator penalaran matematis yaitu *observation of particular cases, organization of particular cases, conjecture formulation, conjecture validation, conjecture generalization*, dan *general conjecture justification*. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa setiap penelitian yang berkaitan dengan penalaran menggunakan indikator-indikator yang sesuai dengan apa yang diteliti.

Indikator-indikator lain dalam penelitian tentang penalaran matematis yaitu menurut Stylianides (2008) adalah *identifying a pattern, making a conjecture*, dan *providing argument*. Dalam penelitian yang dilakukan Siskawati (2014) indikator-indikator penalaran matematis yang digunakan yaitu mengumpulkan fakta-fakta, melakukan analisis, menyusun argumen, dan memvalidasi kesimpulan. Lithner (2003) menggunakan empat indikator untuk mengetahui penalaran matematis yaitu memahami masalah. Dalam memahami masalah, siswa memahami masalah yang dihadapinya tetapi masalah tersebut belum jelas bagaimana cara menyelesaikannya. Kedua, memilih strategi penyelesaian. Ketika siswa telah memahami masalah dengan baik, siswa diharapkan untuk memilih strategi yang dapat memecahkan masalah. Pilihan ini dapat didukung dengan suatu dugaan awal. Ketiga, melaksanakan strategi. Dalam melaksanakan suatu strategi ini dapat didukung oleh argumen-argumen untuk tujuan verifikasi. Keempat, menarik kesimpulan. siswa menarik kesimpulan hasil penyelesaian yang dilakukan. Sehingga kesimpulan yang didapatkan merupakan selesaian dari suatu penyelesaian. Oleh karena itu, indikator penalaran matematis yang sesuai dalam materi persamaan kuadrat adalah

- (R1) : siswa mampu mengidentifikasi bentuk  
 (R2) : siswa mampu membuat dugaan  
 (R3) : siswa mampu memberikan argumen  
 (R4) : siswa mampu menarik kesimpulan.

Mengidentifikasi bentuk diambil dari istilah *identifying a pattern* dipopularkan Stylianides tahun 2008. Istilah ini digunakan oleh Stylianides untuk mengetahui penalaran siswa pada masalah matematika yaitu menentukan pola pembuatan setiap gerbong kereta api. Kereta api dengan gerbong pertama terdiri dari segi enam dan masing-masing gerbong kereta api berikutnya ditambahkan gerbong segi enam. Berikut gambaran kereta api dibentuk.



**Gambar 1. Gerbong Kereta Api (Stylianides, 2008)**

Oleh karena itu, yang dimaksud mengidentifikasi bentuk dalam materi persamaan kuadrat adalah siswa dapat mengetahui dan menentukan bentuk persamaan kuadrat yang diberikan (R1). Setelah itu siswa diharapkan mampu mengatasi masalah suatu persamaan kuadrat dengan berbagai cara dan langkah-langkah penyelesaiannya. Sebaliknya, siswa tidak dapat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat, jika siswa tidak dapat mengenali, mengetahui, dan memahami persamaan kuadrat yang diberikan. Akhirnya, siswa tidak dapat menyelesaikan masalah persamaan kuadrat dengan berbagai metode yang telah diajarkan.

### **Masalah 1**

*Tentukan himpunan selesaian dari setiap persamaan kuadrat berikut dengan menggunakan metode-metode penyelesaian yang anda ketahui!*

- a.  $-2x^2 - 5x = -3$
- b.  $6x^2 = -17x$
- c.  $x^2 = -4x + 4$

Masalah 1 ini diadaptasi dari Tampomas tahun 2006. Penalaran matematis pada masalah ini adalah bagaimana siswa mampu mengidentifikasi setiap persamaan kuadrat dan menyelesaikan dengan menggunakan berbagai metode penyelesaian. Pada masalah 1 dapat diketahui bahwa terdapat tiga persamaan kuadrat yang berbeda-beda. Siswa diharapkan dapat menyelesaikan setiap persamaan kuadrat tersebut dengan berbagai metode penyelesaian yang mereka ketahui (R1). Dalam proses menyelesaikannya, siswa membuat dugaan berdasarkan prosedur yang telah mereka lakukan untuk menentukan himpunan selesaiannya.

Menurut Lithner (2003) dugaan ini digunakan sebagai bahan awal dapat menyelesaikan masalah. Dugaan tersebut terkait dengan bahan-bahan penyelesaian yang digunakan (R2). Dugaan-dugaan yang muncul akan dipilih salah satu yang menurut mereka paling benar dengan dilandasi pengetahuan yang mereka miliki. Jika siswa mengalami kesulitan dalam membuat dugaan, maka siswa tidak dapat melanjutkan langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah persamaan kuadrat yaitu siswa tidak dapat memikirkan kemungkinan-kemungkinan yang menurut siswa menjadi bahan awal dalam menyelesaikan masalah.

Setelah siswa membuat dugaan, siswa melakukan langkah-langkah penyelesaian sesuai dengan metode penyelesaian yang mereka gunakan dengan didasarkan argumen-argumen untuk memperkuat kemungkinan yang mereka lakukan yang dianggap benar dan tepat (R3). Jader (2016) mengatakan bahwa argumen untuk memilih strategi dan implementasinya merupakan karakteristik dari penalaran matematis. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa argumen sangat penting dalam penalaran. Siswa tidak hanya mengerjakan dan menyelesaikan masalah, akan tetapi siswa juga mampu memberikan alasan yang mereka lakukan itu masuk akal. Siswa mampu memberikan argumennya, jika siswa dapat mengutarakan alasan demi alasan yang masuk akal apa yang mereka lakukan didasari oleh pengetahuan. Sebaliknya, siswa tidak dapat memberikan argumen, jika siswa tidak dapat mengutarakan alasan-alasan mengapa mereka melakukan setiap penyelesaian masalah.

Setelah siswa menyelesaikannya dengan metode dan langkah-langkah penyelesaiannya, siswa mendapatkan suatu kesimpulan. Kesimpulan ini merupakan selesaian yang bernilai benar bila sesuai dengan permasalahan yang ditanyakan (R4). Siswa dapat menarik kesimpulan, jika siswa dapat memperoleh hasil dari suatu penyelesaian dengan tepat. Dalam mencapai suatu kesimpulan, siswa membuat hal-hal pendukung yang berupa langkah-langkah yang tepat dan dilandasi dengan argumennya. Berikut salah satu alternatif penyelesaian masalah di atas adalah sebagai berikut: Dengan menggunakan metode pemfaktoran, ketiga persamaan kuadrat tersebut diubah ke bentuk bakunya yaitu  $ax^2 + bx + c = 0$ .

**a. Untuk masalah 1a**

$$-2x^2 - 5x = -3$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - 5x + 3 = 0 \quad (\text{menambahkan 3 pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow (-2x+1)(x+3) = 0 \quad (\text{memfaktorkan})$$

$$\Leftrightarrow -2x+1=0 \text{ atau } x+3=0 \quad (\text{menggunakan prinsip perkalian nol})$$

$$\Leftrightarrow -2x+1=0 \text{ atau } x+3=0$$

Jadi himpunan selesaian persamaan kuadrat  $-2x^2 - 5x = -3$  adalah  $Hs = \left\{-3, \frac{1}{2}\right\}$ .

**b. Untuk masalah 1b**

$$6x^2 = -17x$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 17x = 0 \quad (\text{menambahkan 3 pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow x(6x+17) = 0 \quad (\text{memfaktorkan})$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ atau } 6x+17=0 \quad (\text{menggunakan prinsip perkalian nol})$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ atau } x = -\frac{17}{6}$$

Jadi himpunan selesaian persamaan kuadrat  $6x^2 = -17x$  adalah  $Hs = \left\{-\frac{17}{6}, 0\right\}$ .

**c. Untuk masalah 1c**

$$x^2 = -4x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \quad (\text{menambahkan } 4x-4 \text{ pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow (x+\dots)(x-\dots) = 0 \quad (\text{memfaktorkan})$$

$$\Leftrightarrow \text{tidak dapat dilanjutkan.}$$

Dari ketiga persamaan kuadrat tersebut terdapat satu persamaan kuadrat yang sulit diselesaikan dengan menggunakan metode pemfaktoran yaitu persamaan kuadrat  $x^2 = -4x + 4$ . Hal ini disebabkan sulit menentukan bilangan yang memenuhinya. Sehingga persamaan kuadrat tersebut dapat diselesaikan selain menggunakan metode pemfaktoran. Dengan menggunakan metode menyempurnakan kuadrat, yaitu

$$x^2 = -4x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 4 \quad (\text{menambahkan } 4x \text{ pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 \quad (\text{menambahkan } \left(\frac{4}{2}\right)^2 \text{ pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 4 + 4 \quad (\text{menyederhanakan})$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 = 8 \quad (\text{menyederhanakan})$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = \pm\sqrt{8} \quad (\text{prinsip akar kuadrat})$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \pm\sqrt{8} \quad (\text{menambahkan } (-4) \text{ pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \pm 2\sqrt{2} \quad (\text{menambahkan } (-4) \text{ pada kedua ruas})$$

$$\Leftrightarrow x = -2 + 2\sqrt{2} \text{ atau } x = -2 - 2\sqrt{2}$$

Jadi himpunan penyelesaian persamaan kuadrat  $x^2 = -4x + 4$  adalah  $Hs = \{-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}\}$

Dengan menggunakan metode rumus kuadrat, persamaan kuadrat diubah ke bentuk baku persamaan kuadrat. Maka langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

$$x^2 = -4x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \quad (\text{menambahkan } 4x - 4 \text{ pada kedua ruas})$$

Setelah persamaan kuadrat  $x^2 = -4x + 4$  diubah ke bentuk persamaan baku, maka diketahui bahwa  $a = 1$ ,  $b = 4$ , dan  $c = -4$ . Kemudian langkah selanjutnya adalah mensubstitusikan nilai  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  ke formula berikut

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{2} \text{ atau } x = \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 + 2\sqrt{2} \text{ atau } x = -2 - 2\sqrt{2}$$

Jadi  $Hs = \{-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}\}$ .

## Masalah 2



Selesaian persamaan kuadrat  $2x^2 + 17x = 15$  adalah  $x = 5$  atau  $x = -\frac{3}{2}$ . Apakah selesaian ini benar? Jika selesaian ini benar, maka tunjukkan kebenarannya? Jika selesaian ini salah, maka jelaskan mengapa salah, berikan selesaian yang benar, dan tunjukkan kebenarannya? Diadaptasi dari Didis, dkk (2011).

Menurut Stylianides (2006) penalaran menempatkan pengembangan pembuktian dalam kumpulan suatu aktivitas yang terlibat dalam mengembangkan dan memahami kebenaran matematika. Penalaran dibutuhkan pada masalah 2 ini ketika menunjukkan kebenaran selesaian suatu persamaan kuadrat yang diberikan. Hal ini ditunjukkan dengan mensubstitusikan selesaian tersebut ke dalam persamaan kuadrat  $2x^2 + 17x = 15$ . Dengan demikian, kebenaran suatu selesaian akan terlihat.

Mengacu pada NCTM (2000) masalah 2 dapat diketahui bahwa setiap masalah pembuktian suatu pernyataan matematika yang benar menimbulkan pertanyaan pada siswa mengapa masih harus dibuktikan. Kesadaran dari kebenaran masalah inilah memperkenalkan pentingnya pembuktian dalam matematika. Setelah siswa mengetahui kebenaran dari selesaian tersebut, jika menurut siswa selesaian itu benar, maka siswa diharuskan untuk menunjukkan atau membuktikan bagaimana selesaian tersebut bernilai benar.

Jika menurut siswa selesaian tersebut salah, siswa harus memberikan alasan atau argumennya mengapa selesaian tersebut salah (R3). Setelah mengetahui selesaian tersebut bernilai salah, siswa diharapkan untuk memberikan selesaian yang bernilai benar. Untuk itu, siswa memerlukan metode penyelesaian suatu persamaan kuadrat. Hal ini sesuai pendapat Sumpter 2013 yang mengatakan bahwa dengan adanya kegiatan memberikan argumen, penalaran siswa dapat diketahui. Kemudian, dengan menggunakan metode yang mereka ketahui, mereka memahami langkah-langkah metode yang mereka ketahui untuk menyelesaikan persamaan kuadrat tersebut (R1). Dengan menyelesaikan menggunakan metode yang mereka kuasai, siswa akan mendapatkan selesaian yang benar menurut mereka. Sehingga mereka memperoleh selesaian yang bernilai benar dan dapat menyimpulkannya (R4).

## **PENUTUP**

Penalaran matematis merupakan suatu kemampuan yang perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika. Hal ini diharapkan agar siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dengan menggunakan kemampuan penalaran matematisnya. Penalaran matematis digunakan untuk menarik suatu kesimpulan dengan benar berdasarkan fakta-fakta atau bukti-bukti yang ada. Pada dasarnya semua materi matematika dapat dikembangkan untuk meningkatkan penalaran matematis diantaranya materi persamaan kuadrat. Dalam mengembangkan penalaran matematis pada materi persamaan kuadrat dapat memperhatikan empat indikator antara lain: 1) siswa mampu mengidentifikasi bentuk, 2) siswa mampu membuat dugaan, 3) siswa mampu memberikan argumennya, dan 4) siswa mampu menarik kesimpulan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. Peran guru dalam pengembangan penalaran matematis juga sangat penting guna mengetahui pola pikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Dengan demikian siswa mampu memahami dan menguasai materi matematika diantaranya materi persamaan kuadrat yang dilandasi penalaran matematis mereka.

---

**DAFTAR RUJUKAN**

- Beecher, J.A, Penna, J.A, and Bittinger, M.L. 2006. *Basic Concepts of Algebra and Trigonometry*. Pearson Addison Wesley, (Online), ([http://www.ozelgeometri.com/FileUpload/ks120250/File/beecher\\_j.a\\_penna\\_j.a\\_bittinger\\_m.l.algebra\\_and\\_trigonometry\\_\(3ed\\_addison\\_wesley\\_2007\).pdf-47.pdf](http://www.ozelgeometri.com/FileUpload/ks120250/File/beecher_j.a_penna_j.a_bittinger_m.l.algebra_and_trigonometry_(3ed_addison_wesley_2007).pdf-47.pdf)) diakses 23 Desember 2015.
- Bieda, K.N., Ji, X., Drwencke, J., Picard, A. 2013. Reasoning and Proof Opportunities in Elementary Mathematics Textbook. *International Journal of Educational Research*. (Online), (<http://elsevier.com/locate/ijedures>), diakses 01 Mei 2016.
- Boesen, J., Lithner, J., and Palm, T. 2010. The Relation Between Types of Assessment Tasks and The Mathematical Reasoning Students Use. *Educ Stud Math*, (Online), 75, 89-105, (<http://link.springer.com>), diakses 15 Mei 2016.
- Canadas, M.C. and Castro, E. 2007. A Proposal of Categorisation for Analysing Inductive Reasoning. *PNA*, (Online), 1(2),67-78, ([www.pna.es/Numeros2/pdf/](http://www.pna.es/Numeros2/pdf/)), diakses 17 Mei 2016.
- Didis, M., Bas, S., and Erbas, A. 2011. Students' Reasoning in Quadratic Equations with One Unknown. Proceedings of The 7th Congress of The European Society for Research in Mathematics Education, 1-10.
- Jader, J., Sidenvall, j., and Sumpter, j. 2016. Students; Mathematical Reasoning and Beliefs in Non-Routine Task Solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (Online), 1-18, (<http://link.springer.com>), diakses 15 Mei 2016.
- Kilpatrick, J., Swafford, j., and Findell, B. 2001. Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, Dc: National Academy Press, (Online), (<https://www.ru.ac.za>), diakses 17 November 2015.
- Kuchemann, D. and Hoyles, C. 2006. Influences on Students' Mathematical Reasoning and Patterns in Its Development: Insights From A Longitudinal Study With Particular Reference to Geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (Online), 1-28, (<http://link.springer.com>), diakses 17 Mei 2016.
- Lima, R.N and Tall, D. 2010. An Example of the Fragility of a Procedural Approach to Solving Equations, (Online), (<http://homepages.warwick.ac.uk>), diakses 15 Mei 2016.
- Lithner, J. 2003. Students' Mathematical Reasoning in University Textbook Exercises. *Educational Studies in Mathematics*, (Online), 5, 29-55, (<http://link.springer.com>), diakses 15 Mei 2016.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principled and Standard for Schools Mathematics*. United States of America: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2008. *Public Draft Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*, (Online), (<http://www.soed.k12.or.us>), diakses 17 Mei 2016.
- Naval Education and Training. 2003. *Mathematics, Basic Math and Algebra*. United State Navy. Professional Development and Technology Center: Navedtra, (Online), (<https://julianoliver.com>), diakses 16 Mei 2016.
- Oxford Advanced Learner's Dictionary. 2016. *Oxford Learner' Dictionaries*. Oxford University Press: OALD, (Online), (<http://www.oxfordlearnersdictionaries.com/>), diakses 16 Mei 2016.
- Reiss, M.K., Heinze, A., and Renkl, A. 2008. Reasoning and Proof in Geometry: Effects of A Learning Environment Based on Heuristic Worked-Out Examples. *ZDM Mathematics Education*, (Online), 40, 455-467, (<http://link.springer.com>), diakses 17 Mei 2016.

- Sacramento. 2008. *Mathematics Study Guide California High School Exit Examination*. California: California Department of Education, (Online), (<http://www.cde.ca.gov>), diakses 28 Desember 2015.
- Shadiq, F. 2004. Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi. Makalah Disampaikan dalam Diklat Instruktur atau Pengembangan Matematika Jenjang Dasar. Yogyakarta: PPPG Matematika, (Online), (<http://p4tkmatematika.org/downloads>), diakses 13 April 2016.
- Sidenvall, J., Lithner, J., and Jader, J. 2015. Student's Reasoning in Mathematics Textbook Task-Solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Tecnology*, (Online), 46(4), 533-552, (<http://link.springer.com>), diakses 16 Mei 2016.
- Siskawati, F.S. 2014. Penalaran Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Perbedaan Kepribadian *Exirot* dan *Introt*. Tesis Universitas Negeri Surabaya. Tidak diterbitkan.
- Stylianides, G.J. 2006. Content Knowledge For Mathematics Teaching: The Case of Reasoning and Proving. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 5. (Online), (<http://www.emis.de>), diakses 20 April 2016.
- Stylianides, G.J. 2008. An Analytic framework of Reasoning and Proving. For the Learning of Mathematics, (Online), 28(1), 9-16, (<http://flm-journal.org/Articles>), diakses 20 Maret 2015.
- Sumpter, L. 2013. Themes and Interplay of Beliefs in Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (Online), 11,1115-1135, (<http://link.springer.com>), diakses 27 Mei 2016.
- Sumpter, L. 2015. Investigating Upper Secondary School Teachers' Conceptions: Is Mathematical Reasoning Considered Gendered?. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (Online), 1-16, (<http://link.springer.com>), diakses 16 Mei 2016.
- Tampomas, H. 2006. Seribupena Matematika SMA Kelas X. Jakarta: Erlangga.
- Umay, A. 2003. Mathematical Reasoning Ability. *Hacettepe Universitesi Agitim Facultesi Dergisi*, (Online), 24, 234-243, ([www.efdergi.hacettepe.edu.tr](http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr)), diakses 17 Mei 2016.