

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Kajian Teori

2.1.1. Definisi Analisis Kesalahan

Menurut Sukirman (1985: 16) kesalahan adalah penyimpangan terhadap hal-hal yang benar yang sifatnya sistematis, konsisten maupun insidental pada daerah tertentu. Suatu kesalahan dapat disebabkan karena ketidaktahuan konsep subjek, karena untuk memahami makna pada soal yang telah disajikan subjek harus mengetahui konsep-konsep yang berkaitan dengan soal (Mulyadi, 2015: 372). Dari pemaparan definisi kesalahan tersebut dapat disimpulkan bahwa kesalahan adalah sesuatu yang tidak sesuai/menyimpang dengan prosedur atau aturan yang ada yang mempunyai sifat sistematis, konsisten dan insidental.

Menurut Faisah (2018: 2) analisis kesalahan merupakan suatu tindakan mencari tahu hal-hal yang tidak sesuai atau salah dalam sebuah tulisan. Sedangkan analisis kesalahan menurut Lai (2012: 1) adalah metode yang biasa digunakan untuk mengidentifikasi penyebab kesalahan siswa ketika mereka membuat kesalahan yang konsisten. Lai juga menjelaskan bahwa analisis kesalahan merupakan proses meninjau pekerjaan siswa dan kemudian mencari pola kesalahpahaman. Kesalahan dalam matematika bisa jadi faktual, prosedural, atau konseptual, dan dapat terjadi karena sejumlah alasan.

2.1.2. Jenis Kesalahan Kastolan

Bentuk kesalahan ada bermacam-macam jenisnya. Salah satunya yang akan dijadikan sebagai pedoman dari analisis ini adalah bentuk kesalahan menurut jenis kesalahan Kastolan. Kastolan (1992: 6) membagi jenis kesalahan menjadi 3, yakni sebagai berikut:

1. Kesalahan Konseptual

Kesalahan konseptual adalah kesalahan pemahaman terhadap konsep-konsep yang terkait dengan materi. Seorang siswa dikatakan mengalami kesalahan konsep apabila siswa tidak mampu memahami konsep yang terkait dengan materi. Misalnya siswa menggunakan rumus yang tidak sesuai dengan masalah yang diberikan, siswa belum mampu memberikan atau mengenal contoh suatu konsep yang dipelajari dan salah dalam menafsirkan konsep. Dalam menyelesaikan soal SPLTV seorang siswa dikatakan mengalami kesalahan konseptual diantaranya apabila siswa salah dalam mensubstitusikan suatu variabel, tidak mampu membedakan metode substistusi dengan metode eliminasi, dan tidak mampu menuliskan hasil akhir yang sesuai dengan pertanyaan.

Menurut Kastolan (1992: 6) indikator kesalahan konseptual adalah sebagai berikut:

- a. Kesalahan menentukan rumus atau teorema, atau definisi untuk menjawab suatu masalah.
- b. Penggunaan rumus, teorema atau definisi yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus, teorema atau definisi tersebut.

- c. Tidak menuliskan rumus, teorema atau definisi untuk menjawab suatu masalah.

Yang dimaksud pada kesalahan rumus/teorema/definisi pada materi SPLTV lebih pada definisi SPLTV itu sendiri serta sifat-sifat serta metode penyelesaian masalah pada materi SPLTV. Contohnya adalah kesalahan siswa dalam menuliskan bentuk matematika dari soal cerita SPLTV. Kesalahan tersebut dapat berupa pemisalan variabel yang salah.

2. Kesalahan Prosedural

Kesalahan prosedural adalah kesalahan yang berkenaan dengan langkah-langkah penyelesaian soal. Seorang siswa dikatakan mengalami kesalahan prosedural apabila siswa tidak cermat dalam melakukan perhitungan yang melibatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, siswa tidak mempunyai keterampilan relevansi, yaitu siswa melakukan kesalahan dengan menggunakan atau memasukkan semua bilangan yang ada dalam soal, padahal ada beberapa bilangan yang seharusnya tidak digunakan, siswa tidak melanjutkan proses pengerjaan.

Menurut Kastolan (1992: 6) kesalahan prosedural adalah kesalahan dalam menyusun langkah-langkah yang hirarkis, sistematis untuk menjawab suatu masalah. Indikator kesalahan prosedural adalah sebagai berikut:

- a. Ketidakhirarkisan langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah
- b. Kesalahan atau ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu masalah.

3. Kesalahan Teknikal

Kesalahan teknik yang dilakukan seperti kesalahan dalam penulisan variabel dan kesalahan memahami soal. Kesalahan teknikal juga dapat berupa kurangnya ketelitian. Menurut Kastolan (1992: 6) indikator kesalahan teknikal adalah sebagai berikut:

- a. Kesalahan dalam menghitung nilai dari suatu operasi hitung.
- b. Kesalahan dalam penulisan yaitu ada konstanta atau variabel yang terlewat, kesalahan memindahkan konstanta atau variabel dari satu langkah ke langkah berikutnya.

Dalam penelitian ini untuk mengklasifikasikan bentuk kesalahan yang dilakukan oleh siswa digunakan tiga jenis kesalahan yang dikemukakan oleh Kastolan. Hal ini dikarenakan jenis kesalahan menurut Kastolan belum banyak digunakan oleh peneliti-peneliti sebelumnya terkhusus pada materi SPLTV.

2.1.3. Materi SPLTV

Materi SPLTV memiliki Kompetensi Dasar 3.3. Menyusun sistem persamaan linier tiga variabel dari masalah kontekstual dan 4.3. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan SPLTV. Penyelesaian SPLTV merupakan tripel bilangan (x, y, z) yang memenuhi ketiga persamaan tersebut. Ada beberapa metode yang dapat dipilih untuk menentukan penyelesaian sistem persamaan linier tiga variabel, diantaranya yaitu metode substitusi, metode eliminasi, metode gabungan eliminasi dan substitusi, serta metode determinan.

1. Metode substitusi

Langkah-langkah untuk menyelesaikan SPLTV dengan metode substitusi adalah sebagai berikut:

- Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana, kemudian nyatakan $x, y,$ dan z dalam dua variabel yang lainnya.
- Substitusikan persamaan yang diperoleh dari langkah a kedua persamaan lainnya sehingga diperoleh sistem persamaan linier dua variabel.
- Selesaikan sistem persamaan linier dua variabel pada langkah b dengan metode substitusi.
- Substitusikan nilai-nilai dua variabel yang diperoleh pada langkah c ke dalam satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel yang ketiga.
- Tentukan himpunan penyelesaiannya.

Contoh Soal

Dengan metode substitusi, tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut !

$$x + y + z = 1 \dots (i)$$

$$x + 2y + 3z = 5 \dots (ii)$$

$$3x + 2y - z = 9 \dots (iii)$$

Alternatif Penyelesaian

Dari persamaan (i) :

$$x + y + z = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - y - z \dots (iv)$$

Persamaan (iv) disubstitusikan ke persamaan (ii) :

$$(1 - y - z) + 2y + 3z = 5$$

$$\Leftrightarrow 1 - y - z + 2y + 3z = 5$$

$$\Leftrightarrow 1 + y + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow y + 2z = 5 - 1$$

$$\Leftrightarrow y + 2z = 4$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2z \dots (v)$$

Persamaan (iv) disubstitusikan ke persamaan (iii) :

$$3(1 - y - z) + 2y - z = 9$$

$$\Leftrightarrow 3 - 3y - 3z + 2y - z = 9$$

$$\Leftrightarrow -y - 4z = 9 - 3$$

$$\Leftrightarrow -y - 4z = 6 \dots (vi)$$

Persamaan (v) disubstitusikan ke persamaan (vi) :

$$-(4 - 2z) - 4z = 6$$

$$\Leftrightarrow -4 + 2z - 4z = 6$$

$$\Leftrightarrow -2z = 6 + 4$$

$$\Leftrightarrow -2z = 10$$

$$\Leftrightarrow z = -5$$

Untuk $z = -5$ disubstitusikan ke persamaan (v) :

$$y = 4 - 2(-5)$$

$$\Leftrightarrow y = 4 + 10$$

$$\Leftrightarrow y = 14$$

Untuk $z = -5$ dan $y = 14$ disubstitusikan ke persamaan (iv) :

$$x = 1 - 14 - (-5)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - 14 + 5 = -8$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(-8, 14, -5)\}$.

2. Metode eliminasi

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tiga variabel dengan metode eliminasi.

- Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu berubah (x, y, atau z) pada semua persamaan sama.
- Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh sistem persamaan linier dua variabel.
- Selesaikan sistem persamaan linier dua variabel yang diperoleh pada langkah b dengan metode eliminasi.
- Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Contoh Soal

Tentukan nilai x, y, dan z yang memenuhi sistem persamaan berikut !

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \dots (i) \\ 3x + 2y - z = 5 \dots (ii) \\ 6x + 5y - 7z = -4 \dots (iii) \end{cases}$$

Alternatif Penyelesaian

Eliminasi variabel z dari persamaan (i) dan (ii) :

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \quad | \times 1 | \quad x + y + z = 6 \\ 3x + 2y - z = 5 \quad | \times 1 | \quad 3x + 2y - z = 5 \\ \hline 4x + 3y = 11 \dots (iv) \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (i) dan (iii) :

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \quad | \times 7 | \quad 7x + 7y + 7z = 42 \\ 6x + 5y - 7z = -4 \quad | \times 1 | \quad 6x + 5y - 7z = -4 \\ \hline 13x + 12y = 38 \dots (v) \end{array}$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (i) dan (ii) :

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \quad | \times 2 | \quad 2x + 2y + 2z = 12 \\ 3x + 2y - z = 5 \quad | \times 1 | \quad 3x + 2y - z = 5 \\ \hline -x + 3z = 7 \dots (vi) \end{array}$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (ii) dan (iii) :

$$\begin{array}{r} 3x + 2y - z = 5 \quad | \times 5 | \quad 15x + 10y - 5z = 25 \\ 6x + 5y - 7z = -4 \quad | \times 2 | \quad 12x + 10y - 14z = -8 \\ \hline 3x + 9z = 33 \dots (vii) \end{array}$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (iv) dan (v) :

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 11 \quad | \times 4 | \quad 16x + 12y = 44 \\ 13x + 12y = 38 \quad | \times 1 | \quad 13x + 12y = 38 \\ \hline 3x = 6 \\ x = 2 \end{array}$$

Eliminasi variabel x dari persamaan (vi) dan (vii) :

$$\begin{array}{r} -x + 3z = 7 \quad | \times 3 | \quad -3x + 9z = 21 \\ 3x + 9z = 33 \quad | \times 1 | \quad 3x + 9z = 33 \\ \hline -6x = -12 \\ x = 2 \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (vi) dan (vii) :

$$\begin{array}{r} -x + 3z = 7 \quad | \times 3 | \quad -3x + 9z = 21 \\ 3x + 9z = 33 \quad | \times 1 | \quad 3x + 9z = 33 \\ \hline 18z = 54 \\ z = 3 \end{array}$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $x = 2$, $y = 1$, dan $z = 3$

3. Metode gabungan eliminasi dan substitusi

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tiga variabel dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi.

- Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu berubah (x, y , atau z) pada kedua persamaan sama.
- Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh sistem persamaan linier dua variabel.
- Selesaikan sistem persamaan linier dua variabel yang diperoleh pada langkah b dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi sehingga diperoleh nilai dua buah variabel.
- Substitusi nilai dua variabel yang diperoleh pada langkah c ke salah satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel yang ketiga.
- Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Contoh Soal

Pada suatu hari Tomi, Siska, dan Leny berbelanja pada toko alat tulis Nirmala. Tomi membeli 1 buku, 1 pensil, dan 1 spidol dengan harga RP 6.000,00, Siska membeli 2 buku, 2 pensil, dan 1 spidol dengan harga Rp 9.000,00, dan Leny membeli 1 buku, 2 pensil, dan 3 spidol dengan harga Rp 13.000,00. Tanpa mereka sadari, mereka telah membelanjakan uang sebanyak RP 28.000,00. Karena merasa terlalu mahal merekapun ingin mengetahui harga masing-masing jenis barang tersebut, kemudian mengecek berbelanja mereka satu persatu. Bantulah mereka untuk menghitung harga masing-masing buku, pensil, dan spidol ya kawan ☺ !

Alternatif Penyelesaian :

Memodelkan dalam bentuk matematika

Misalkan harga buku := x , harga pensil := y , dan harga spidol := z

Tomi $\rightarrow x + y + z = 6000 \dots (i)$

Siska $\rightarrow 2x + 2y + z = 9000 \dots (ii)$

$$\text{Leny} \rightarrow x + 2y + 3z = 13000 \dots (iii)$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (i) dan (ii) :

$$\begin{array}{r|l} x + y + z = 6000 & \times 1 \\ 2x + 2y + z = 9000 & \times 1 \\ \hline -x - y = -3000 & (iv) \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (i) dan (iii) :

$$\begin{array}{r|l} x + y + z = 6000 & \times 3 \\ x + 2y + 3z = 13000 & \times 1 \\ \hline 2x + y = 5000 & (v) \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (iv) dan (v) :

$$\begin{array}{r|l} -x - y = -3000 & \times 1 \\ 2x + y = 5000 & \times 1 \\ \hline x = 2000 & \end{array}$$

Untuk $x = 2000$ disubstitusikan ke persamaan (v) :

$$2(2000) + y = 5000 \leftrightarrow 4000 + y = 5000 \leftrightarrow y = 1000$$

Untuk $x = 2000$ dan $y = 1000$ disubstitusikan ke persamaan (i) :

$$2000 + 1000 + z = 6000 \leftrightarrow 3000 + z = 6000 \leftrightarrow z = 3000$$

Jadi, penyelesaiannya adalah harga buku: $= x = 2000$, harga pensil: $= y = 1000$, dan harga spidol: $= z = 3000$.

2.1.4. Bentuk Kesalahan Siswa pada Materi SPLTV

Bentuk kesalahan dan jenis kesalahan merupakan dua hal yang berbeda akan tetapi saling berkaitan. Bentuk kesalahan lebih mengarah pada bentuk secara detail mengenai kesalahan yang dilakukan siswa, misalnya adalah kesalahan siswa dalam mengeliminasi variabel. Sedangkan jenis kesalahan lebih kepada pengelompokkan bentuk kesalahan berdasarkan kriteria yang sama sesuai dengan indikator dari masing-masing jenis kesalahan. Bentuk kesalahan yang berupa kesalahan siswa dalam mengeliminasi variabel ini dapat dimasukkan pada jenis kesalahan prosedural, karena bentuk ini masuk kedalam indikator kesalahan prosedural pada kesalahan atau ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu masalah.

Terdapat bermacam-macam bentuk kesalahan siswa pada materi SPLTV yang dapat dikelompokkan ke jenis kesalahan siswa berdasarkan dengan indikatornya. Hal tersebut sudah terangkum dalam tabel tipe kesalahan siswa pada lampiran 2e. Disana sudah menyajikan jenis kesalahan siswa beserta indikatornya serta contoh jawaban salah pada masing-masing indikator.

2.2. Kajian Penelitian Yang Relevan

Menurut Ayuningtyas (2017) dalam penelitiannya yang berjudul Analisis Kesalahan Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel Pada Siswa Kelas X MAN Kota Batu Menggunakan Metode Newman yang mengambil 6 siswa kelas X-3 MAN Kota Batu, diperoleh hasil bahwa satu subjek melakukan kesalahan pada tahap membaca, dan keenam subjek melakukan kesalahan pada tahap memahami, tahap transformasi, tahap keterampilan proses, serta tahap penulisan jawaban akhir.

Jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa adalah tidak memahami kata yang digunakan pada soal, tidak menuliskan informasi yang diketahui dan dinyatakan, kurang lengkap dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan, tidak dapat memahami

beberapa informasi yang diberikan pada soal cerita, membuat pemisalan yang tidak sesuai dengan soal, membuat variabel dengan huruf kapital, tidak dapat menyebutkan metode yang digunakan, salah pada operasi bilangan dengan metode eliminasi, salah mensubstitusikan bilangan, tidak menentukan jawaban akhir, menuliskan jawaban akhir dengan kalimat yang kurang lengkap, tidak mengubah jawaban akhir ke dalam bentuk yang dapat menjawab pertanyaan pada soal, tidak menuliskan jawaban.

Relevansinya dengan penelitian ini adalah kesamaan materi dan beberapa jenis kesalahan yang didapatkan dari hasil observasi sehingga peneliti dapat mengambil penelitian dari Ayuningtyas sebagai landasan penelitian. Metode yang digunakan dalam penelitian Ayuningtyas menggunakan metode Newman, ini juga dapat dijadikan dasar bahwa metode yang ada untuk mengetahui indikator kesalahan siswa tidak hanya Newman, peneliti dapat menggunakan metode yang lainnya dan bisa pula dibandingkan hasilnya dengan penelitian dari Ayuningtyas ini. Perbedaannya adalah pada soal yang diberikan peneliti akan fokus pada soal cerita bukan soal secara umum, seperti penelitian Ayuningtyas ini.

Penelitian yang relevan lainnya adalah dari Wahyudi (2017) dengan judul penelitian Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel Berdasarkan Analisis Kesalahan Newman Ditinjau Dari Kemampuan Awal Siswa Kelas X IPA 1 SMA Negeri 1 Ngemplak Boyolali Tahun Ajaran 2016/2017 diperoleh hasil bahwa siswa dengan kemampuan awal tinggi melakukan kesalahan proses penyelesaian dalam menyelesaikan soal cerita materi SPLTV berdasarkan analisis kesalahan Newman. Kemudian, siswa dengan kemampuan awal sedang melakukan kesalahan proses penyelesaian dan penulisan jawaban akhir dalam menyelesaikan soal cerita materi SPLTV berdasarkan analisis kesalahan Newman. Sedangkan siswa dengan kemampuan awal rendah melakukan kesalahan proses penyelesaian dan kesalahan penulisan jawaban akhir dalam menyelesaikan soal cerita materi SPLTV berdasarkan analisis kesalahan Newman.

Relevansinya dengan penelitian adalah materi yang digunakan dan jenis soal yang hampir spesifik yakni soal cerita. Akan tetapi penelitian dari Wahyudi ini lebih membandingkan kemampuan siswa dengan membaginya terlebih dahulu dalam 3 kategori kemampuan. Penelitian juga seperti penelitian Ayuningtyas menggunakan metode Newman, maka peneliti juga nantinya bisa meneliti lebih lanjut menggunakan metode lain yang juga bisa digunakan untuk menganalisis kesalahan siswa materi SPLTV .