

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Kerangka Teori

2.1.1 Hakikat Matematika

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (Depdiknas, 2005: 723), matematika adalah ilmu tentang bilangan, hubungan antar bilangan, dan prosedur oprasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan. James dan James, sebagaimana dikutip oleh Andriani (2012: 12), mengemukakan matematika sebagai ilmu yang mengkaji tentang logika mengenai besaran, bentuk, susunan, dan konsep yang mana satu sama lain saling berhubungan yang terbagi menjadi tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri.

Hakikat belajar matematika itu sendiri adalah aktivitas mental agar siswa memahami makna dan hubungan–hubungan serta simbol–simbol yang kemudian mampu mengaplikasikannya ke dalam kehidupan sehari–hari. Johnson dan Myklebust dalam Abdurrahman (2012: 202), mengemukakan matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan–hubungan kuantitatif sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berfikir. Sedangkan Purwoto (2003: 12), mendefinisikan matematika sebagai ilmu tentang pola keteraturan, ilmu tentang struktur yang terorganisir dari unsur yang tidak didefinisikan ke aksioma ataupun postulat dan akhirnya ke dalil. Bakhtiar Amsal (2013: 191) mengatakan bahwasannya matematika merupakan ilmu deduktif. Hal ini dikarena penyelesaian masalah-masalah yang dihadapi tidak didasarkan pada pengalaman seperti halnya yang terdapat di dalam ilmu–ilmu empirik, melainkan penyelesaian masalahnya didasarkan atas deduksi-deduksi atau melalui penjabaran–penjabaran.

Berdasarkan berbagai pandangan dan pengertian tentang matematika di atas dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang memegang peranan penting dalam bidang pendidikan. Dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan ilmu tentang logika yang memiliki objek–objek yang abstrak dengan konsep–konsep yang saling berhubungan satu sama lain yang penalarannya secara deduktif.

2.1.2 Kemampuan Pemecahan Masalah

2.1.2.1 Pengertian Masalah

Hudojo sebagaimana dikutip oleh Arsikin (2012: 15) mengatakan bahwa sesuatu bisa disebut masalah bagi siswa, jika: (1) siswa diberikan pertanyaan yang harus dimengerti oleh siswa namun pertanyaan itu haruslah merupakan tantangan bagi siswa untuk menjawab, dan (2) pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin. Kantowski, sebagaimana dikutip oleh Saad & Ghani (2008: 119), bahwa setelah seseorang mampu mengembangkan kemampuannya, apa yang sebelumnya terlihat menjadi masalah bisa saja berubah menjadi hal yang biasa pada saat ini. Suatu masalah yang muncul mampu memancing seseorang untuk dapat mencari solusi bagaimana cara

menyelesaikannya. Sementara itu, Polya (1973: 154-155) menjabarkan masalah matematika ke dalam dua jenis. Kedua jenis itu adalah masalah mencari (*problem to find*) dan masalah membuktikan (*problem to prove*). Masalah mencari adalah masalah dengan tujuan untuk mencari, menentukan atau mendapatkan nilai tertentu yang tidak diketahui dalam soal dan memberikan kondisi yang sesuai. Sedang masalah membuktikan yaitu masalah dengan prosedur atau tahap-tahap untuk menentukan suatu masalah tersebut benar atau tidaknya.

Menurut Newell dan Simon, sebagaimana dikutip oleh Rofiqoh (2015: 18) mengatakan bahwa masalah adalah suatu situasi dimana seseorang ingin melakukan sesuatu tetapi tidak tahu bagaimana cara apa yang dibutuhkan untuk memperoleh apa yang diinginkan tersebut. Munandir, sebagaimana dikutip oleh Herlambang (2013: 14) berpendapat bahwa suatu masalah dapat diartikan sebagai suatu situasi yang mana seseorang tersebut diminta untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang belum pernah dikerjakan sebelumnya dan belum memahami bagaimana pemecahannya. Sedangkan menurut Mason dan Davis, sebagaimana dikutip oleh Suherman (2004: 107) mengemukakan bahwa masalah adalah sesuatu yang masuk ke dalam pikiran seseorang sehingga membuat mereka menjadi termotivasi dan tertantang dengan pemecahan masalah.

Berdasarkan uraian mengenai masalah tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa masalah merupakan situasi dimana seseorang menjadi termotivasi dan tertantang untuk menyelesaikan permasalahan yang mana belum dia temukan cara ataupun solusi untuk memecahkannya.

2.1.2.2 Pengertian Kemampuan Pemecahan Masalah

Menurut PISA (2012), kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan individu untuk menggunakan proses kognitifnya dalam memahami dan memecahkan masalah dengan metode penyelesaian yang sebenarnya tidak secara langsung. Sedangkan Polya (1973: 3) mendefinisikan bahwa kemampuan pemecahan masalah merupakan usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan. Pada pembelajaran matematika, kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan mempelajari tentang suatu kondisi/situasi dimana guru meminta siswa menciptakan sebuah ruang untuk memikirkan dan menganalisis suatu permasalahan/ soal sehingga dapat terselesaikan dengan baik (Caprioara, 2014).

Branca, sebagaimana dikutip oleh Rofiqoh (2015: 20), mengungkapkan bahwa (1) kemampuan pemecahan masalah merupakan tujuan umum dalam pengajaran matematika, bahkan kemampuan pemecahan masalah merupakan jantungnya matematika, (2) pemecahan masalah meliputi metode, prosedur, dan strategi yang mana merupakan sebuah proses inti dan utama dalam kurikulum pembelajaran matematika, dan (3) pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika.

Berdasarkan beberapa uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan yang menekankan pada pengajaran untuk berpikir tentang cara memecahkan suatu masalah dan pemrosesan informasi sehingga mencapai tujuan yang diinginkan.

2.1.2.3 Langkah-Langkah Pemecahan Masalah

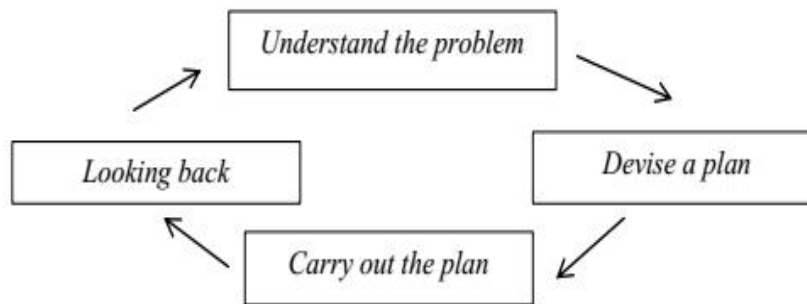
Ide tentang langkah atau tahapan dalam pemecahan masalah sudah dirumuskan oleh beberapa ahli pemecahan masalah yakni Dewey, Polya, serta Krulik & Rudnick. Menurut Carson (2007: 8), langkah-langkah pemecahan masalah dari beberapa ahli tersebut dapat disajikan dalam Tabel 2.1 berikut.

Tahap-Tahap Pemecahan Masalah			
Langkah-langkah dalam pemecahan masalah (Steps in problem solving)	John Dewey (1933)	George Polya (1973)	Stephen Krulik & Jesse Rudnick (1980)
	1. Mengenal Masalah (<i>Confront the Problem</i>)	1. Memahami Masalah (<i>Understand the Problem</i>)	1. Membaca (<i>Read</i>)
	2. Pendefinisian Masalah (<i>Define Problem</i>)	2. Menyusun Rencana (<i>Devise a Plan</i>)	2. Mengeksplorasi (<i>Explore</i>)
	3. Mermuskan (<i>Formulation</i>)	3. Melaksanakan Rencana (<i>Carry Out The Plan</i>)	3. Memilih Strategi (<i>Select a Strategy</i>)
	4. Mencobakan (<i>Test</i>)	4. Melihat Kembali (<i>Looking Back</i>)	4. Meninjau kembali dan Mendiskuskan (<i>Review and Extend</i>)
	5. Evaluasi (<i>Evaluation</i>)		

Tabel 2. 1 Perbedaan Tahap-Tahap Pemecahan Masalah

Selanjutnya, dalam penelitian ini akan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya yang meliputi: (1) memahami masalah/ *understand the problem*, (2) menyusun rencana penyelesaian/ *devise a plan*, (3) melaksanakan rencana penyelesaian/ *carry out the plan*, dan (4) observasi kembali/ *looking back*. Hal ini dimaksudkan agar siswa lebih terampil dalam menyelesaikan masalah matematika, yaitu terampil dalam menjalankan prosedur-prosedur dalam menyelesaikan masalah secara cepat dan cermat. Selain itu, menurut Saad & Ghani (2008: 121), langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya dianggap sebagai langkah pemecahan masalah yang mudah dipahami dan dimengerti serta merupakan tahap pemecahan masalah yang jelas dan juga digunakan luas dikurikulum matematika di dunia.

Menurut Polya (1973: 5-17), ada empat tahap pemecahan masalah Polya yang harus dilaksanakan untuk memecahkan suatu masalah. Keempat langkah-langkah pemecahan masalah Polya tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.1 Tahap Kemampuan Pemecahan Masalah Polya

1. Memahami masalah (*understanding the problem*) yang ada pada soal merupakan tahapan pertama dalam penyelesaian masalah menurut Polya. Siswa perlu mengidentifikasi apa saja yang diketahui dari soal, masalah apa yang sedang ditunjukkan atau ditanyakan, serta apa yang sedang mereka cari. Dalam tahap memahami masalah, siswa juga dituntut untuk mampu dalam menjelaskan permasalahan yang disajikan dengan bahasa yang dipahami sendiri.
2. Menyusun rencana (*devise a plan*) yang dalam hal ini siswa dituntut mampu membuat alternatif penyelesaian yang dibuat untuk menuju solusi. Siswa juga mengidentifikasi strategi apa yang diperlukan agar masalah yang diberikan tuntas. Siswa juga dituntut untuk mempunyai alternatif atau rencana lain jika rencana pertama yang dia susun tidak berhasil.
3. Melaksanakan rencana (*carry out the plan*) adalah siswa mampu untuk melaksanakan langkah kedua tersebut dan mencoba melaksanakan rencana yang dapat dilakukan. Siswa juga melaksanakan beberapa kemungkinan alternatif yang dapat dilakukan.
4. Observasi (*looking back*)
Pada tahap mengobservasi atau memeriksa kembali masalah mengenai tahap-tahap yang sebelumnya terlibat dalam penyelesaian masalah.

2.1.2.4 Cara Mengukur Kemampuan Pemecahan Masalah

Cara mengukur kemampuan pemecahan masalah adalah dengan pengerjaan soal tes pemecahan masalah. Tes tersebut bisa dilakukan dengan pemberian soal kemampuan pemecahan masalah yang disusun sesuai dengan indikator pemecahan masalah dan dilakukan pemberian skor sesuai dengan pedoman skor pemecahan masalah. Salah satu pedoman penskoran tentang pemecahan masalah matematika siswa yang mengacu pada langkah pemecahan Polya adalah pedoman penskoran pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Schoen dan Ochmke dalam Fanya Panjaitan (2018: 18) yang dirangkum dalam Tabel 2.2 berikut:

Aspek yang Dinilai	Indikator Penskoran	Skor
Memahami Masalah	Tidak ada jawaban sama sekali	0
	Menuliskan yang diketahui dan ditanyakan dengan benar tetapi tidak lengkap	1
	Menuliskan yang diketahui dan ditanyakan dengan benar dan lengkap	2
Merencanakan Penyelesaian	Tidak ada jawaban sama sekali	0
	Menuliskan rumus untuk hal yang diketahui	1
	Menuliskan rumus untuk hal yang ditanya	2
	Menuliskan/menyusun prosedur penyelesaian	3
Melaksanakan Rencana	Tidak ada jawaban sama sekali	0
	Menuliskan hasil dengan benar tetapi tidak lengkap	1
	Menuliskan hasil dengan tuntas tetapi hasil salah	2
	Menuliskan hasil penyelesaian dengan benar dan tuntas	3
Memeriksa Kembali	Tidak ada jawaban sama sekali	0
	Menuliskan jawaban dan dapat memeriksa kembali hasil penyelesaian tetapi hasil salah	1
	Menuliskan jawaban dan dapat memeriksa kembali hasil penyelesaian dengan benar	2

Tabel 2.2 Alternatif Pedoman Penskoran Pemecahan Masalah

2.1.2.5 Indikator Kemampuan Pemecahan Masalah

Menurut NTCM (2000) indikator pemecahan masalah yaitu meliputi:

1. Mengembangkan pengetahuan tentang matematika melalui pemecahan masalah.
2. Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan matematika.
3. Menerapkan berbagai strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah.
4. Merefleksikan proses pemecahan masalah.

Indikator pemecahan masalah menurut Polya adalah sebagai berikut:

Tahap Polya	Indikator
Memahami masalah	(a) Mengetahui apa yang diketahui (b) Mengetahui apa yang ditanyakan (c) Menjelaskan masalah dengan bahasa sendiri
Menyusun rencana	(a) Menyederhanakan masalah dengan

	melakukan eksperimen dan simulasi
	(b) Membuat permisalan data yang diketahui kebentuk matematika yang sesuai dengan soal
	(c) Menentukan rumus yang sesuai untuk menyelesaikan masalah
Melaksanakan rencana	(a) Mensubstitusikan data secara benar ke dalam rumus yang sudah ditentukan
	(b) Melaksanakan penyelesaian secara runtut dan benar
Memeriksa kembali	(a) Menuliskan bagaimana memeriksa kembali hasil dan proses
	(b) Menyimpulkan hasil penyelesaian.

Tabel 2.3 Indikator Pemecahan Masalah Tahapan Polya

Indikator kemampuan pemecahan masalah menurut Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004, tentang ciri-ciri instrumen penilaian yang mengukur kemampuan pemecahan masalah, antara lain adalah:

1. Indikator kemampuan siswa dalam menunjukkan pemahaman masalah.
2. Indikator kemampuan siswa mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah.
3. Indikator kemampuan siswa menyajikan masalah secara matematika dalam berbagai bentuk.
4. Indikator kemampuan siswa memilih pendekatan dan metode pemecahan masalah secara tepat.
5. Indikator kemampuan siswa mengembangkan strategi pemecahan masalah.
6. Indikator kemampuan siswa membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah.
7. Indikator kemampuan siswa kemampuan menyelesaikan masalah yang tidak rutin.

Pada penelitian ini, untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah, digunakan tahap pemecahan masalah oleh Polya dengan indikator memahami masalah, merencanakan strategi, melaksanakan strategi dan observasi kembali hasil dengan berpaduan pada pedoman penskoran.

2.1.3 Karakteristik Cara Berpikir Siswa

2.1.3.1 Pengertian Cara Berpikir

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (Depdiknas, 2005: 45), karakteristik adalah ciri-ciri khusus. Sadirman dalam Rosita (2011: 26), menjelaskan bahwa karakteristik adalah kemampuan pada seseorang sebagai hasil dari pembawaan lingkungan sosialnya yang berakibat pada pola aktivitasnya. Menurut Surbana (2002: 48-49), berpikir adalah proses kognitif dalam mengolah informasi yang sangat

dibutuhkan. Sedangkan Solso, sebagaimana dikutip oleh Bancong (2014: 34), berpikir adalah aktifitas mental yang mana diarahkan untuk memecahkan masalah yang ada. Pendapat dari W.S Winkel dalam Rosita (2011: 26), bahwa dalam belajar berpikir, orang dihadapkan pada suatu problem yang harus dipecahkan melalui operasi mental, khususnya menggunakan konsep dan kaidah serta metode bekerja tertentu.

Berdasarkan uraian diatas, disimpulkan bahwa karakteristik cara berpikir siswa adalah kemampuan berpikir siswa atau cara yang dikembangkan oleh masing-masing siswa yang memadukan kecerdasan untuk memecahkan suatu masalah, mengolah informasi, berpikir kritis dan kreatif sesuai dengan pengetahuan, kemampuan dan keterampilan yang ada pada siswa sebagai hasil dari pembawaan lingkungan sosialnya dalam menentukan tujuan pembelajaran agar tercapai. Selanjutnya dalam penelitian ini akan dibahas karakteristik cara berpikir siswa yang mana dibagi menjadi empat tipe yakni Sekuensial Konkret (SK), Sekuensial Abstrak (SA), Acak Konkret (AK), dan Acak Abstrak (AA). Setiap siswa memiliki cara berfikir yang berbeda-beda, sehingga perbedaan cara berpikir siswa mengakibatkan kemampuan pemecahan masalah setiap siswa berbeda.

2.1.3.2 Karakteristik Cara Berpikir

Teori yang menjelaskan tentang karakteristik cara berpikir salah satunya dikembangkan oleh Anthony Gregorc dalam DePorter & Hernacki (2004: 124). Anthony Gregorc membagi siswa ke dalam beberapa tipe karakteristik cara berpikir matematika antara lain yaitu Sekuensial Konkret (SK), Sekuensial Abstrak (SA), Acak Konkret (AK), dan Acak Abstrak (AA). Menurut Anthony Gregorc, orang dengan kategori sekuensial cenderung memiliki dominasi otak kiri, sedangkan orang dengan kategori berpikir secara acak cenderung dalam dominasi otak kanan. Berikut masing-masing tipe karakteristik cara berpikir yang mana dikemukakan oleh DePorter & Hernacki (2004: 128).

1. Tipe Sekuensial Konkret (SK)

Pemikir dengan tipe Sekuensial Konkret (SK) ini sangat memperhatikan dan mengingat detail dengan rinci dan lebih mudah. Tipe SK ini terbiasa dengan mengatur tugas tahap demi tahap dan berusaha mencapai kesempurnaan. Tipe SK memiliki karakteristik sebagai berikut:

- a. Pemikir SK sangat berpegang pada realita dan proses informasi yang terurut dan sekuensial atau menghubungkan-hubungkan.
- b. Bagi para SK, realita terdiri dari apa yang dapat mereka ketahui melalui panca indra fisik mereka
- c. Mereka memperhatikan dan mengingat realita dengan mudah. Mereka juga dapat mengingat fakta, informasi dan rumus khusus secara mudah.
- d. Catatan adalah cara yang baik bagi tipe SK untuk belajar.
- e. Tipe SK harus mengatur tugas-tugas mereka menjadi tahap demi tahap agar tiap tahap yang dilakukannya sempurna.
- f. Tipe SK sangat menyukai pengarahan dan prosedur khusus.

2. Sekuensial Abstrak (SA)

Pemikir dengan tipe Sekuensial Abstrak (SA) berpikir dalam konsep dan menganalisis informasi. Tipe SA ini memiliki karakteristik:

- a. Realita bagi tipe SA adalah pemikiran abstrak.
- b. Pemikir SA suka berpikir dalam konsep dan menganalisis informasi.
- c. Tipe SA menghargai orang dan peristiwa yang teratur rapi dan mudah dipahami.
- d. Menemukan detail penting seperti kata kunci adalah mudah bagi SA.
- e. Proses berpikir tipe SA adalah rasional, logis, dan intelektual.
- f. Aktivitas favorit tipe SA adalah membaca dan meneliti sesuatu secara mendalam.
- g. Tipe ini selalu ingin tahu sebab di balik akibat dan memahami teori serta konsep.

3. Acak Konkret (AK)

Pemikir Acak Konkret (AK) berpegang pada kenyataan dan bersikap selalu ingin mencoba hal-hal baru. Tipe pemikir AK memiliki karakteristik:

- a. Tipe AK memiliki sikap eksperimental yang menantang dan diikuti perilaku yang kurang terstruktur.
- b. Pemikir AK berpegang pada kenyataan, namun sering kali mereka ingin melakukan pendekatan coba-coba (*trial and error*).
- c. Para AK cenderung lebih suka menemukan alternatif dan mengerjakan sesuatu dengan cara mereka sendiri. Bisa dikatakan bahwa AK merupakan pemikir yang kreatif.
- d. Bagi orang-orang dengan pemikiran tipe AK, prioritas yang utama bukanlah waktu sehingga AK cenderung tidak terlalu peduli akan waktu terutama jika mereka sedang terlibat dalam situasi yang menurut AK menarik.
- e. Tipe pemikir AK lebih berorientasi pada proses daripada hasil.

4. Acak Abstrak (AA),

Pemikir dengan tipe Acak Abstrak (AA) lebih mudah dalam mengolah informasi melalui evaluasi dan lebih suka untuk berkecipung dalam lingkungan tidak teratur yang berorientasi pada orang. Tipe pemikir AA memiliki karakteristik:

- a. Bagi tipe abstrak, dunia nyata mereka adalah perasaan dan emosi. AA tertarik pada nuansa dan beberapa pada mistisisme.
- b. Pemikir AA menyerap ide-ide, kesan, informasi dan mengolahnya dengan refleksi, terkadang hal ini memakan waktu lama (lamban) tetapi tepat, sehingga orang lain tidak menyangka jika tipe AA mempunyai reaksi atau pendapat.
- c. Pemikir AA mampu mengingat dengan baik jika informasi diperinci.
- d. Pada tipe AA, perasaan dapat mempengaruhi belajar mereka.
- e. Tipe AA akan sangat merasa dibatasi ketika berada di lingkungan teratur.
- f. AA sangat suka berkiperah di lingkungan yang tidak teratur yang berorientasi dengan orang-orang.
- g. Para pemikir AA mengalami peristiwa secara holistik yaitu melihat keseluruhan gambar bukan bertahap.

De Porter & Hernacki (2004: 142) menegaskan bahwa setiap tipe karakteristik cara berpikir tersebut, tidak ada salah satu tipe karakteristik cara berpikir manapun yang lebih baik atau lebih buruk dari pada yang lainnya. masing-masing tipe karakteristik cara berpikir tersebut hanya berbeda saja. Tetapi meskipun begitu, keberhasilan seseorang dalam belajar salah satunya dipengaruhi oleh karakteristik cara berpikir dari keempat tipe tersebut. Hal ini karena tipe-tipe karakteristik cara berpikir tersebut mempengaruhi seseorang dalam memecahkan suatu permasalahan juga menentukan langkah-langkah apa untuk mencapai tujuannya. Cara yang dikembangkan oleh masing-masing orang dalam menentukan keberhasilannya, tergantung dari kesadaran masing-masing orang tersebut termasuk pada tipe mana yang sekiranya paling sesuai dengan dirinya.

Untuk mengetahui atau mengklasifikasikan seorang siswa termasuk dalam karakteristik cara berpikir matematika yang mana, salah seorang pembimbing program *SuperCamp* di California bernama John Parks Le Tellier dalam De Porter & Hernacki (2004: 124) merancang sebuah angket untuk menentukannya. Langkah-langkah untuk angket tersebut adalah:

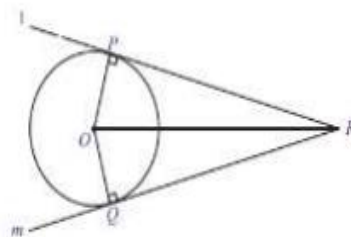
- 1) Siswa diminta untuk membaca setiap kelompok pada tiap nomor yang terdiri dari empat kata.
- 2) Siswa diminta memilih dua kata dari empat kata yang paling sesuai untuk menggambarkan dirinya. Tidak ada jawaban yang benar atau salah. Setiap siswa akan memberikan jawaban yang berbeda, yang penting adalah bersikap jujur.
- 3) Setelah siswa menyelesaikan setiap butir angket tersebut, huruf-huruf dari kata yang dipilih dilingkari pada setiap nomor dalam empat kolom yang disediakan,
- 4) Lalu jawaban pada kolom I, II, III dan IV dijumlahkan dan kemudian pada masing-masing kolom tersebut dikalikan dengan empat.

Kotak dengan jumlah terbesar itulah yang menunjukkan cara berpikir siswa tersebut.

2.1.4 Materi Garis Singgung Lingkaran

2.1.4.1 Garis Singgung Lingkaran

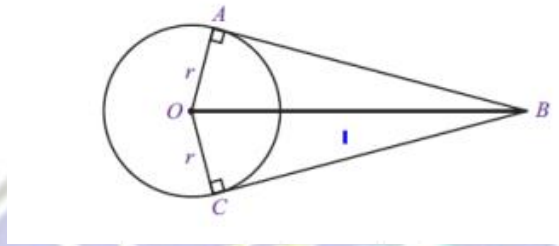
Garis singgung lingkaran merupakan sebuah garis yang memotong lingkaran tepat di satu titik yang dinamakan titik singgung lingkaran. Setiap garis singgung lingkaran selalu tegak lurus dengan jari-jari lingkaran yang melalui titik singgungnya. Perhatikan Gambar 2.2 berikut.



Gambar 2.2 Garis Singgung Terhadap Lingkaran

Pada Gambar 2.2 tersebut, terlihat bahwa titik R terletak di luar lingkaran. Garis l melalui titik R dan menyinggung lingkaran di titik P , sehingga terlihat bahwa garis l tegak lurus terhadap jari-jari OP . Garis m melalui titik R dan menyinggung lingkaran di titik Q , sehingga terlihat bahwa garis m tegak lurus terhadap jari-jari OQ . Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa dengan melalui satu titik di luar lingkaran dapat dibuat dua buah garis singgung lingkaran.

2.1.4.2 Panjang Garis Singgung Lingkaran



Gambar 2.3 Garis Singgung Lingkaran Dengan Pusat O

Pada Gambar 2.3 terlihat bahwa garis AB dan garis BC adalah garis singgung lingkaran berpusat di titik O . Panjang $OA = OC = r$. Karena garis singgung lingkaran selalu tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran, maka panjang garis singgung lingkaran AB dan garis singgung lingkaran BC dihitung dengan teorema *Phytagoras*. Perhatikan $\triangle BOA$. Pada $\triangle BOA$ berlaku teorema *Phytagoras*.

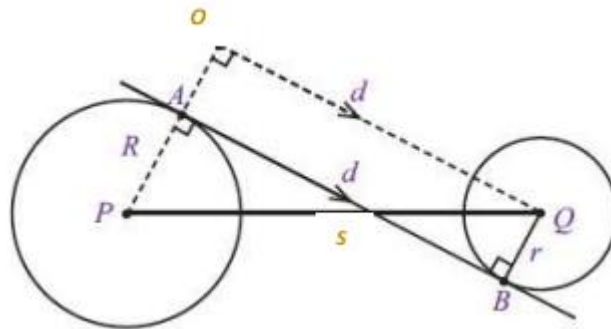
$$\begin{aligned} OA^2 + AB^2 &= OB^2 \Leftrightarrow AB^2 = OB^2 - OA^2 \\ AB &= \sqrt{OB^2 - OA^2} \\ AB &= \sqrt{OB^2 - r^2}. \end{aligned}$$

Pada $\triangle BOC$ juga berlaku teorema *Phytagoras*.

$$\begin{aligned} OC^2 + BC^2 &= OB^2 \Leftrightarrow BC^2 = OB^2 - OC^2 \\ BC &= \sqrt{OB^2 - OC^2} \\ BC &= \sqrt{OB^2 - r^2}. \end{aligned}$$

Diperoleh bahwa $AB = BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$. Jadi dapat disimpulkan bahwa panjang garis singgung lingkaran yang melalui sebuah titik di luar lingkaran adalah sama.

2.1.4.3 Garis Singgung Persekutuan Dalam



Gambar 2.4 Garis Singgung Persekutuan Dalam

Perhatikan $\triangle POQ$, terlihat bahwa $\angle QOP = 90^\circ$ maka bisa diterapkan rumus *Phytagoras* untuk mencari panjang garis OQ . Pada $\triangle POQ$ memiliki siku-siku di O sehingga

$$PQ^2 = OQ^2 + PO^2 \Leftrightarrow OQ^2 = PQ^2 - PO^2$$

$$d^2 = s^2 - (R + r)^2$$

$$d = \sqrt{s^2 - (R + r)^2}.$$

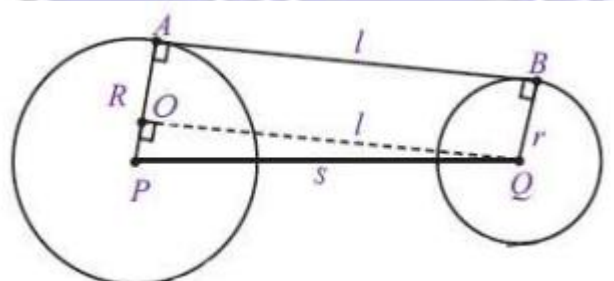
Jadi, mencari panjang garis singgung persekutuan dalam dapat dihitung memakai rumus sebagai berikut.

$$d = \sqrt{s^2 - (R + r)^2}.$$

dengan

- d = panjang garis singgung persekutuan dalam
- s = jarak titik pusat lingkaran dengan titik di luar lingkaran
- R = jari-jari lingkaran pertama
- r = jari-jari lingkaran dua

2.1.4.4 Garis Singgung Persekutuan Luar



Gambar 2.5 Garis Singgung Persekutuan Luar

Perhatikan $\triangle POQ$, terlihat bahwa $\angle QOP = 90^\circ$ maka bisa diterapkan rumus *Phytagoras* untuk mencari panjang garis OQ . Pada $\triangle POQ$ memiliki siku-siku di O sehingga

$$PQ^2 = OQ^2 + PO^2 \Leftrightarrow OQ^2 = PQ^2 - PO^2$$

$$l^2 = s^2 - (R - r)^2; R > r$$

$$l = \sqrt{s^2 - (R - r)^2}.$$

Jadi, mencari panjang garis singgung persekutuan luar dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$l = \sqrt{s^2 - (R - r)^2}, \text{ untuk } R > r$$

dengan

l = panjang garis singgung persekutuan luar

s = jarak titik pusat lingkaran dengan titik di luar lingkaran

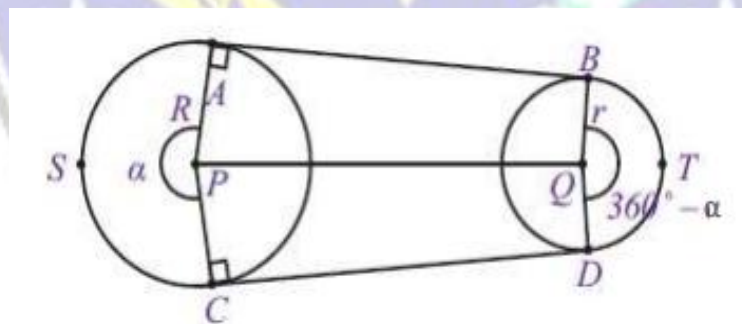
R = jari-jari lingkaran pertama

r = jari-jari lingkaran dua

2.1.4.5 Panjang Sabuk Lilitan Minimal Lingkaran

Jika diperhatikan, pada sebuah sepeda terdapat dua buah roda gigi yang dililit sebuah rantai. Ini bisa kita gunakan sebagai penggambaran roda gigi sebagai lingkaran dan rantai yang melilitnya sebagai garis singgung persekutuan luar.

Perhatikan Gambar 2.6 berikut.



Gambar 2.6 Sabuk Lilitan Dua Lingkaran

Jika α merupakan besar sudut yang menghadap $\cap ASC$ maka besar sudut yang menghadap $\cap BTD$ adalah $360^\circ - \alpha^\circ$. Dari pernyataan tersebut, maka panjang sabuk lilitan minimal dapat dihitung. Oleh karena $AB = CD$ maka panjang sabuk lilitan minimal adalah $2AB + \cap ASC + \cap BTD$.

2.2 Penelitian yang Relevan

1. Herlambang (2013) dengan penelitian tentang “*Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VII-A SMP Negeri 1 Kepahiang tentang Bangun Datar dengan Teori Van Hiele*” diperoleh bahwa distribusi kemampuan pemecahan masalah siswa kelas VII-A merata mulai dari tingkat I, tingkat II, tingkat III, dan tingkat VI. Tingkat I: siswa belum dapat memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian dan memeriksa kembali hasil. Tingkat II: siswa sudah dapat memahami masalah, namun belum mampu menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian dan memeriksa kembali hasil. Tingkat III: siswa sudah dapat memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian tetapi belum dalam hal memeriksa kembali hasil yang diperoleh. Tingkat IV: siswa sudah dapat memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian dan memeriksa kembali hasil yang diperoleh.
2. Penelitian oleh Nana Hasanah, Mardiyana, dan Sutrima dari Prodi Magister Pendidikan Matematika, PPS Universitas Sebelas Maret Surakarta dalam jurnal Pembelajaran Matematika dengan judul “*Analisis Proses Berfikir Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Tipe Kepribadian Extrovet-Introvet Dan Gender*”. Indikator pemecahan masalah dalam penelitian ini ada 4 yaitu: memahami masalah, membuat rencana, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali jawaban. Setelah dilakukan analisis didapat kesimpulan bahwa terdapat perbedaan proses berfikir antara siswa yang berkepribadian ekstrovet dan introvet.
3. Rofikoh dengan penelitian yang berjudul Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa Kelas X dalam Pembelajaran *Discovery Learning* Berdasarkan Gaya Belajar Siswa diperoleh bahwasannya siswa converger dan asimlator melihat kembali tanpa mengecek perhitungan yang terlibat. Siswa diverger tidak melihat alternatif penyelesaian yang lain dan juga tidak mengecek perhitungan yang dilakukan. Sedangkan siswa accomodator mempertimbangkan bahwa solusi yang diperoleh logis, dia terbiasa bertanya kepada diri sendiri apakah semua langkah sudah terjawab dengan tepat, mengecek perhitungan yang dilakukan, membaca kembali pertanyaan dan menggunakan alternatif penyelesaian lain. Penelitian ini berhubungan dengan penelitian yang akan peneliti lakukan. Perbedaannya, penelitian ini menganalisis kemampuan pemecahan masalah ditinjau dari gaya belajar, sedangkan penelitian yang akan dilakukan berdasarkan dari karakteristik cara berfikir.

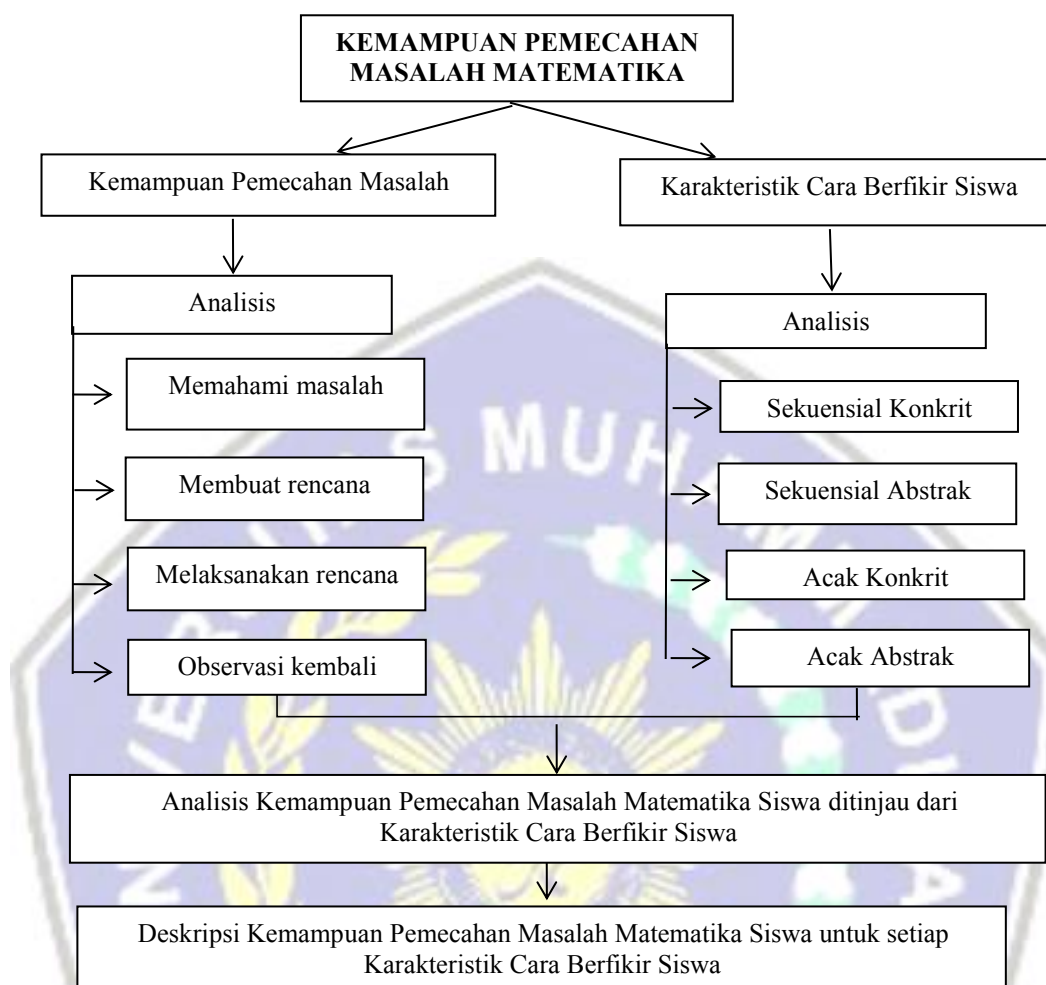
2.3 Kerangka Berpikir

Kemampuan pemecahan masalah merupakan satu dari komponen-komponen matematika yang penting dalam pembelajaran berkaitan dengan tahap menyelesaikan masalah. Hal ini disebabkan karena dalam kehidupan sehari-haripun manusia tidak bisa lepas dari masalah. Sehingga agar dapat memecahkan masalah yang dihadapinya, manusia perlu mencari penyelesaian atau solusi .

Meskipun pemecahan masalah matematika memang penting, namun kemampuan pemecahan masalah matematika siswa masih rendah. Hal ini terlihat dari hasil PISA (*Programme for International Student Assesment*) dan TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*). Hasil PISA menunjukkan bahwa lebih sedikit jumlah siswa yang mampu melaksanakan prosedur dan strategi dalam pemecahan masalah daripada jumlah siswa yang mampu mengerjakan dengan rumus. Sedangkan hasil TIMSS menunjukkan bahwa siswa Indonesia kemampuan pemecahan masalahnya masih berada dibawah rata-rata.

Rendahnya kemampuan pemecahan masalah matematika pada siswa ini menjadi cambuk bagi dunia pendidikan matematika. Guru dapat menerapkan tahap pemecahan masalah milik Polya yang dimaksudkan agar siswa lebih terampil dalam menyelesaikan masalah. Tahap pemecahan masalah menurut Polya merupakan tahap pemecahan masalah yang jelas juga digunakan luas di kurikulum matematika di dunia.

Rendahnya kemampuan pemecahan masalah matematika siswa juga dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti cara berfikir siswa yang beraneka ragam. Karakteristik cara berfikir siswa ada empat macam yaitu Sekuensial Konkret (SK), Sekuensial Abstrak (SA), Acak Konkret (AK), dan Acak Abstrak (AA). Karakteristik cara berfikir siswa yang beraneka ragam menghasilkan kemampuan pemecahan masalah matematika yang beraneka ragam pula. Kemampuan pemecahan masalah matematika siswa yang kurang serta perbedaan cara berfikir inilah yang dikaji lebih lanjut dalam penelitian ini. Uraian kerangka berpikir tersebut dapat diringkas seperti pada Gambar 2.7 berikut.



Gambar 2.7 Kerangka Teori

Berdasarkan diagram pada Gambar 2.7 tersebut, dapat ditarik kesimpulan bahwasannya dalam melakukan analisis dari suatu kemampuan pemecahan masalah matematis pada siswa, adapun tahap-tahap yang dilakukan peneliti adalah sebagai berikut; peneliti harus melakukan analisis pada setiap butir soal kemampuan pemecahan masalah yang dikerjakan oleh siswa, yang dimulai dari bagaimana cara siswa dalam memahami masalah, bagaimana siswa menyusun rencana, dan mengeksekusi rencana tersebut, dan terakhir yaitu apakah siswa memeriksa kembali hasil jawabannya dari soal yang diberikan ketika sudah dikerjakannya. Selain itu, peneliti juga harus memeriksa serta menganalisa jawaban siswa. Peneliti mengkategorikannya berdasarkan tipe karakteristik cara berpikir. Dalam hal ini, karakteristik cara berpikir dikelompokkan menjadi empat kategori yaitu Sekuensial Konkret (SK), Sekuensial Abstrak (SA), Acak Konkret (AK), dan Acak Abstrak (AA).

Senada dengan penjelasan di atas, peneliti akan mendapatkan kesimpulan dan mengetahui tingkat kemampuan pemecahan masalah siswa yang ditinjau berdasarkan karakteristik cara berpikir pada siswa kelas IX-A SMP Negeri 1 Kauman.