

**TEOREMA TITIK COINCIDE PADA RUANG METRIK-b LENGKAP**



**Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO  
2019**

## ABSTRAK

**SINTHA DEWI DYAH HASTUTI:** Teorema *titik coincide* pada ruang metrik-b lengkap.  
**Skripsi. Ponorogo: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2018.**

Penelitian ini bertujuan untuk: mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah teorema titik *coincide* di ruang metrik-b lengkap. Dari teorema titik *coincide* tersebut didapatkan sifat-sifat yang mendukung pembuktian pada teorema.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dalam bentuk studi pustaka atau dapat dikatakan kajian pustaka. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah mengkaji berbagai literatur ilmiah seperti buku dan jurnal ilmiah. Referensi utama dari penelitian ini adalah dari jurnal Preeti Kausik, Sanjay Kumar, dan Kenan Tas yang berjudul “A New Class of Contraction in *b*-Metric Space and Application”.

Hasil dari penelitian ini adalah sebagai berikut: (1) Pada proses pembuktian teorema titik *coincide* yang pertama yaitu melalui kontraksi  $\alpha - \beta$ , langkah yang diakukan adalah dengan membuktikan  $\lim_{n \rightarrow \infty} d_b(y_{n+1}, y_n) = 0$  dimana  $(y_n)$  merupakan barisan pada  $X$ . Selanjutnya langkah yang kedua adalah menunjukkan bahwa  $(y_n)$  merupakan barisan Cauchy di  $X$  pada ruang metrik-b. Langkah yang ketiga dengan membuktikan bahwa  $F(z) = g(z)$ , untuk suatu  $z \in X$ . Sehingga dari langkah satu sampai tiga dapat terbukti bahwa fungsi tersebut mempunyai titik *coincide*. (2) Pada pembuktian teorema titik *coincide* dapat melalui nilai maksimum. Pada proses pembuktian teorema titik *coincide* yang kedua dengan melalui nilai maksimum, langkah yang dilakukan adalah dengan membuktikan bahwa  $(y_n)$  merupakan barisan Cauchy di  $X$  pada ruang metrik-b, dan langkah yang kedua dengan membuktikan bahwa  $F(z) = g(z)$ , untuk suatu  $z \in X$ . Sehingga dari langkah satu dan dua dapat terbukti bahwa fungsi tersebut mempunyai titik *coincide*.

**Kata kunci:** ruang metrik, ruang metrik-b, titik coincide, kontraksi  $\alpha - \beta$

## ABSTRACT

**SINTHA DEWI DYAH HASTUTI:** Coincidence Point Theorem in b-Complete Metric Space. **Thesis. Ponorogo: Mathematics Education Study Program, Muhammadiyah University of Ponorogo, 2018.**

This study aims to: examine and explain the steps of the coincide point theorem in complete b-metric spaces. From the coincide point theorem it is found that the properties support the proof of the theorem.

This research is a qualitative descriptive research in the form of literature study. The method used in this research is examine various scientific literature such as books and scientific journals. The main reference of this research is journal from Preeti Kausik, Sanjay Kumar, and Kenan Tas entitled "A New Class of Contraction in b-Metric Space and Application".

The results of this research are as follows: (1) In the process of proving to the first coincide point theorem is through  $\alpha - \beta$  contractions, the first step to show  $\lim_{n \rightarrow \infty} d_b(y_{n+1}, y_n) = 0$ , where  $(y_n)$  , the sequence in  $X$ . Furthermore, the second step was show that  $(y_n)$  is Cauchy sequence in  $X$  of b-metric space. The third step was prove that  $F(z) = g(z)$ , for  $z \in X$ . So from steps one to three it can be proven that the function has a coincide point. (2) Coincide point theorem can be proved pass through maximum value. In the process proved of the second coincide point theorem, the step taken was proved that  $(y_n)$  is Cauchy sequence in  $X$  of b-metric space, and the second step was proving that  $(z) = g(z)$  , for a  $z \in X$ . So from steps one and two it can be proven that the function has a coincide point.

Keywords: metric space, b-metric space, coincidence point,  $\alpha - \beta$  contraction.

## PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Sintha Dewi Dyah Hastuti  
Nim : 15321849  
Program Studi : Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana disuatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya dalam dalam skripsi ini tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam sebuah naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Ponorogo, 15 Agustus 2019  
Yang Membuat pernyataan



Sintha Dewi Dyah Hastuti



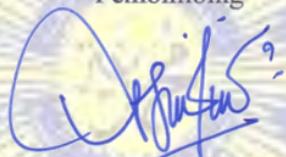
**LEMBAR PERSETUJUAN**

**TEOREMA TITIK COINCIDE PADA RUANG METRIK-b LENGKAP**

**SINTHA DEWI DYAH HASTUTI  
15321849**

Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian prasyarat  
Untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan  
Program Studi Pendidikan Matematika

Menyetujui untuk diajukan pada ujian skripsi  
Pembimbing

  
**Arta Ekayanti, S.Pd, M.Sc.**  
NIK. 19910118 201609 13

## LEMBAR PENGESAHAN

### TEOREMA TITIK COINCIDE PADA RUANG METRIK-b LENGKAP

SINTHA DEWI DYAH HASTUTI  
15321849

Dipertahankan didepan Tim Pengaji Skripsi  
Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
tanggal: 21 Agustus 2019

#### TIM PENGUJI

##### Nama

##### Tanda Tangan

Arta Ekayanti, S.Pd, M.Sc.  
NIK. 19910118 201609 13

Dr. Sumaji, M.Pd.  
NIP. 19630303 199103 1 003

Dr. Julian Hernadi, M.Si.  
NIP. 19670705 199303 1 003

Ponorogo, 26 Agustus 2019  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
Dekan



Dr. Jumadi, M.Pd.  
NIK. 19621005 199109 12

## KATA PENGANTAR

Segala Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Teorema Titik *Coincide* pada Ruang Metrik-b Lengkap” guna memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana program studi Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih sedalam-dalamnya kepada semua pihak, yang telah memberikan bantuan berupa bimbingan, arahan, motivasi, dan doa selama proses penulisan skripsi ini. Ucapan terimakasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada Ibu Arta Ekyanti, S.Pd, M.Sc. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasinya. Sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan. Selain itu ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada:

1. Rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo dan Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan beserta Staff, yang telah membantu sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
2. Kaprodi Pendidikan Matematika beserta para dosen program studi pendidikan matematika yang telah memberi bekal ilmu.
3. Bapak dan Ibu serta keluarga tercinta atas segala cinta, ketulusan, kasih sayang dan doa yang telah diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan studi.
4. Teman-teman mahasiswa program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo angkatan tahun 2015, atas motivasi, kebersamaan, kekompakan selama kuliah semoga pertemanan kita tetap terjaga.
5. Semua pihak yang tidak saya sebutkan satu persatu, yang telah memberikan bantuan dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi ini, semoga bantuan yang telah diberikan mendapat balasan dari Allah SWT.

Teriringi doa dan harapan semoga Allah SWT. Senantiasa membalsas amal kebaikan dari berbagai pihak tersebut, harapan penulis semoga skripsi ini dapat membawa manfaat bagi pembaca.

Ponorogo, 15 Agustus 2019

Penulis

## DAFTAR ISI

SAMPUL DALAM.....	i
ABSTRAK.....	ii
ABSTRACT.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA .....	iv
LEMBAR PERSETUJUAN .....	v
LEMBAR PENGESAHAN .....	vi
KATA PENGANTAR .....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR .....	ix
DAFTAR LAMBANG .....	x
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1.    Latar Belakang .....	1
1.2.    Rumusan Masalah.....	2
1.3.    Tujuan kajian .....	2
1.4.    Kegunaan kajian.....	2
1.5.    Metode kajian.....	2
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	
2.1.    Ketaksamaan dalam Bilangan Real.....	4
2.2.    Barisan Bilangan Real.....	5
2.3.    Sifat Archimedes.....	8
2.4.    Ruang Metrik .....	9
BAB 3 PEMBAHASAN	
3.1.    Ruang Metrik-b .....	12
3.2.    Barisan pada Ruang Metrik-b .....	13
3.3.    Titik <i>Coincide</i> .....	16
BAB 4 SIMPULAN DAN SARAN	
4.1.    Simpulan .....	35
4.2.    Saran .....	35
DAFTAR PUSTAKA .....	36

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Titik <i>coincide</i> pada fungsi $F, g: [1,5] \rightarrow [1,5]$ .....	20
Gambar 2. Titik tetap pada fungsi $F, g: [1,3] \rightarrow [1,3]$ .....	21
Gambar 3. Tidak mempunyai titik tetap pada fungsi $F, g: [2,3] \rightarrow [2,3]$ .....	21



## DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\mathbb{R}^*$	: Himpunan bilangan real diperluas
$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$ ... $	: Nilai mutlak
$(x_n)$	: Barisan
$(x_{n_k})$	: Barisan bagian
$F, g$	: Fungsi
$(X, d)$	: Ruang metrik
$(X, d_b)$	: Ruang metrik-b
$\subseteq$	: Subset atau himpunan bagian
$\in$	: Elemen himpunan
$\max\{a, b\}$	: Nilai terbesar antara $a, b$

