

# BAB 1 PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang akan terus berkembang dan banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Menurut James (1976:244) dalam kamus matematikanya menyatakan bahwa “matematika adalah ilmu tentang logika, mengenai bentuk, susunan besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu sama lain yang terbagi menjadi beberapa cabang ilmu yaitu: analisis, aljabar dan geometri”. Salah satu cabang dari ilmu matematika adalah analisis. Analisis berasal dari bahasa Yunani yaitu “*ana*” yang berarti sulit dan “*lysis*” yang berarti menghancurkan atau memecahkan. Analisis menurut KBBI merupakan pemecahan persoalan yang dimulai dengan dugaan akan kebenarannya. Jadi analisis merupakan suatu proses pemecahan suatu topik yang rumit menjadi sesuatu pemahaman yang sederhana dan diduga kebenarannya.

Matematika analisis merupakan cabang ilmu matematika murni yang salah satu diantaranya membahas mengenai ruang metrik. Ruang metrik pertama kali ditemukan pada tahun 1906 oleh Maurice Frechet, seorang ilmuwan matematika yang berasal dari Perancis. Ruang metrik merupakan himpunan pasangan terurut dengan suatu metrik. Metrik merupakan perumuman dari konsep jarak dengan aturan tertentu. Bentuk ruang metrik secara umum dinotasikan dengan  $(X, d)$ . Seiring dengan berkembangnya ilmu pengetahuan, ruang metrik pun mengalami perkembangan diantaranya perumuman dari ruang metrik yaitu ruang metrik- $b$ .

Ruang metrik- $b$  pertama kali diperkenalkan pada tahun 1989 oleh Bakhtin dalam bukunya yang berjudul “*The Contraction Mapping principle in Quasimetric Spaces*”. Seiring dengan perkembangan zaman dan muncul sebuah gagasan baru sehingga di tahun 1993 Czerwik memperluas ruang metrik- $b$  dalam jurnal yang berjudul “*Contraction Mapping in  $b$ -Metric Spaces*”. Pada jurnal tersebut, Czerwik memperumum prinsip kontraksi Banach pada konten ruang metrik- $b$  lengkap. Penelitian lebih lanjut tentang ruang metrik- $b$  juga dilakukan oleh peneliti-peneliti lainnya.

Banyak penelitian yang dilakukan mengenai titik tetap di ruang metrik- $b$  dan juga ketunggalan titik tetap dengan berbagai cara. Salah satu nya yaitu tahun 2011 Dusan Dukic, Zoran Kadelburg, dan Stojan Radenovic meneliti mengenai titik tetap pada pemetaan tipe *Geraghty* pada perumuman ruang metrik. Selanjutnya peneliti menemukan jurnal dari Preeti Kausik, Sanjay Kumar, dan Kenan Tas yang meneliti mengenai pemetaan kontraksi pada ruang metrik- $b$ . Jurnal Preeti Kausik, Sanjay Kumar, dan Kenan Tas memiliki pembahasan yang tidak terlalu tajam atau detail. Oleh karena itu, perlu dikupas secara tajam pada pembuktian teorema maupun contoh dari definisi. Berdasarkan permasalahan tersebut, peneliti tertarik untuk mengkaji lebih dalam mengenai jurnal dari Preeti Kausik, Sanjay Kumar, dan Kenan Tas yang berjudul “*A New Class of Contraction in  $b$ -Metric Space and Applications*”.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah penelitian adalah bagaimana pembuktian teorema titik *coincide* di ruang metrik-b lengkap serta sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian tersebut?

## 1.3. Tujuan kajian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah teorema titik *coincide* di ruang metrik-b lengkap dan sifat-sifat yang mendukung pembuktian tersebut.

## 1.4. Kegunaan kajian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat untuk berbagai pihak. Adapun manfaatnya adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis  
Penelitian ini menjadi sarana yang dapat meningkatkan pengetahuan mengenai ruang metrik-b, yaitu pengenalan ruang metrik-b, barisan pada ruang metrik-b, dan juga titik yang *coincide* pada ruang metrik-b.
2. Bagi Pembaca dan Mahasiswa Pendidikan Matematika  
Penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai sumber untuk mendalami ilmu dalam bidang analisis khususnya pada ruang metrik-b atau sebagai referensi bagi penulis-penulis lainnya yang akan melakukan kajian lebih lanjut terkait dengan ruang metrik-b.
3. Bagi Lembaga  
Penelitian ini dapat menambah referensi kepustakaan matematika khususnya tentang ruang metrik-b di perpustakaan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.

## 1.5. Metode kajian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah deskriptif kualitatif dengan bentuk studi literatur. Metode yang digunakan adalah penelitian kepustakaan (*library research*) atau studi pustaka yaitu dengan mengkaji karya-karya ilmiah seperti, buku, artikel, dan jurnal yang relevan dengan pemetaan pada ruang metrik-b. Referensi utama dalam penelitian ini adalah artikel yang berjudul “*A New Class of Contraction in b-Metric Space and Applications*” karangan Preeti Kaushik, Sanjay Kumar, dan Kenan Tas.

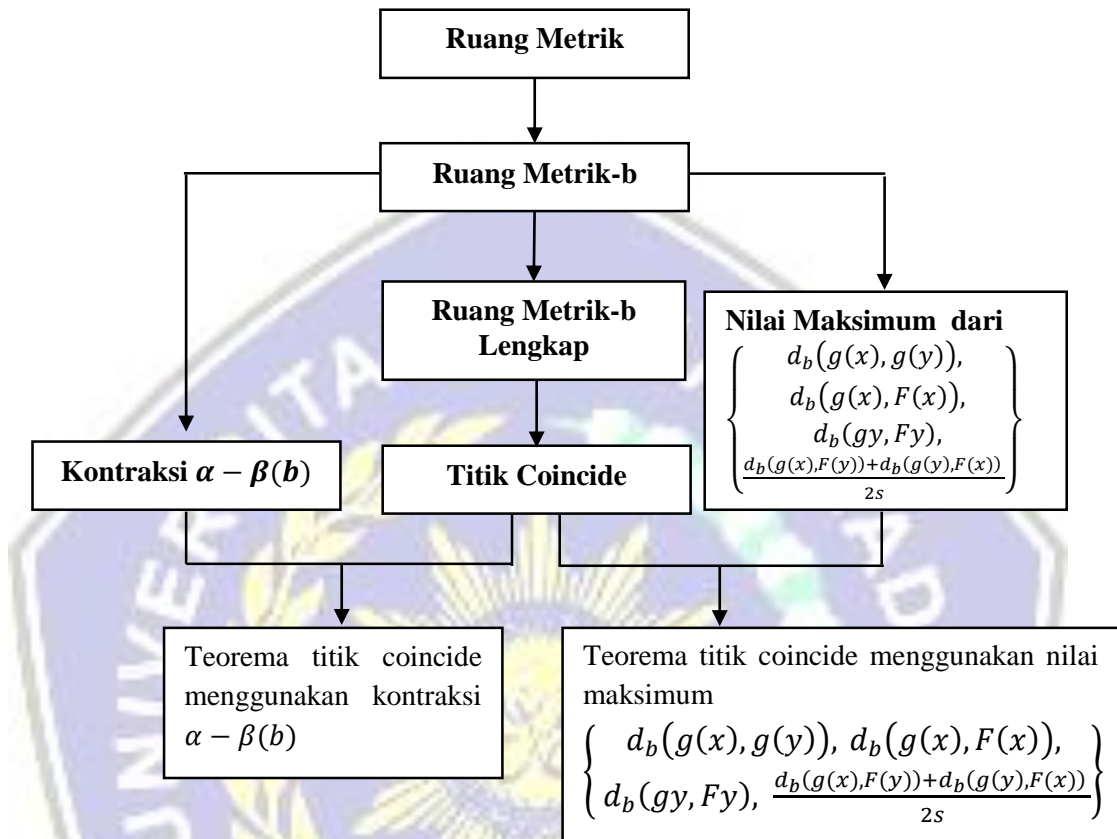
Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah tentang syarat titik *coincide* pada ruang metrik-b.
2. Mengumpulkan bahan dan informasi dengan cara membaca dan memahami beberapa literatur yang berhubungan dengan syarat titik *coincide* pada ruang metrik-b.
3. Melakukan pembahasan dengan langkah kajian sebagai berikut:
  - a. Membahas definisi pada ruang metrik-b lengkap.
  - b. Membahas definisi mengenai  $\alpha - admissible$ ,  $\alpha - regular$ ,  $g - \alpha - admissible$  dan *titik coincide*.
  - c. Membahas mengenai kontraksi  $\alpha - \beta(b)$

d. Membuktikan beberapa teorema yang berkaitan dengan titik *coincide* pada ruang metrik-b.

4. Penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan

Untuk lebih jelasnya langkah-langkah penelitian ini dapat dilihat pada kerangka berikut.



### 1.6 Definisi Istilah

Berikut akan diberikan definisi-definisi istilah kunci yang sering digunakan pada pembahasan penelitian ini:

- Barisan Cauchy : Barisan yang selisih suku-sukunya semakin lama semakin mengecil
- Barisan Cauchy-b : Barisan pada ruang metrik-b yang selisih suku-sukunya semakin lama semakin mengecil
- Ruang metrik : Suatu himpunan yang didalam nya berlaku suatu aturan metrik
- Ruang metrik-b : Suatu himpunan yang didalam nya berlaku suatu aturan metrik-b
- Ruang metrik-b lengkap : Ruang metrik-b yang setiap barisan Cauchy-b nya konvergen
- Sifat Archimedes : Sifat yang menyatakan bahwa selalu ada bilangan asli yang lebih besar dari bilangan real apapun