

**SISTEM FUNGSI ITERASI DAN DIMENSI FRAKTAL PADA HIMPUNAN  
SERUPA-DIRI**



**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

**2019**

## ABSTRAK

**SRI WAHYUNINGSIH:** Sistem Fungsi Iterasi dan Dimensi Fraktal pada Himpunan Serupa-Diri. **Skripsi. Ponorogo: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2019.**

Fraktal merupakan bentuk geometri yang dihasilkan dengan memulai sebuah pola yang sangat sederhana. Beberapa sifat dari fraktal diantaranya yaitu pengulangan, penskalaan, dan keserupaan diri. Ada beberapa cara untuk mengkonstruksi bangun fraktal, salah satunya adalah dengan menggunakan sistem fungsi iterasi (SFI). Penelitian ini bertujuan untuk: (1) menjelaskan sistem fungsi iterasi, (2) mengetahui cara mengkonstruksi dan menghitung dimensi fraktal dengan sistem fungsi iterasi.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dengan bentuk studi pustaka dimana sumber informasi diperoleh dari buku, jurnal ilmiah, dan bahan pustaka lainnya yang berkaitan dengan sistem fungsi iterasi, dimensi fraktal, dan himpunan-himpunan serupa-diri. Referensi utama dari penelitian ini adalah buku *Fraktal Geometry Mathematical Foundations and Applications* karangan Kenneth Falconer (2003). Penelitian ini dilakukan dengan mengkaji dan menganalisis secara mendalam materi penelitian dari referensi yang digunakan, kemudian menyusun seluruh materi tersebut secara runtut agar memudahkan pembaca dalam memahaminya.

Hasil dari penelitian ini menjelaskan bahwa sistem fungsi iterasi merupakan koleksi pemetaan kontraksi berhingga  $\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$  dengan  $m \geq 2$ . Cara mengkonstruksi fraktal dengan sistem fungsi iterasi yaitu dengan menemukan atraktornya, maka atraktor itulah yang merupakan bentuk fraktal. Untuk menghitung dimensi fraktal adalah dengan mencari skala/ faktor kontraksi  $c_i$  dari pemetaannya, kemudian dimensi fraktal adalah  $s$ , yaitu  $s$  yang memenuhi persamaan  $\sum_{i=1}^m c_i^s = 1$ .

**Kata Kunci:** Sistem Fungsi Iterasi, Fraktal, Dimensi Fraktal, Himpunan Serupa-Diri.

## ABSTRACT

**SRI WAHYUNINGSIH:** Iterated Function Systems and Fractal Dimensions on Self-Similar Set. **Thesis. Ponorogo: Mathematics Education Study Program, Muhammadiyah University of Ponorogo, 2019.**

Fractals were geometric shapes which is produced by starting a very simple pattern. Some of the properties of fractals is repetition, scaling, and self similarity. There were several ways to construct fractal structures, one of them is use an iterated function system. This research aims to: (1) explain the iterated function systems, (2) knowing how to construct and finding the dimensions of fractal objects used iterated function systems.

This research was a qualitative descriptive with a literature study where the source of information obtained from text books, scientific journals, and other library materials which related to the iterated function systems, fractal dimension, and self-similar sets. The main reference of this research was from the book of *Fractal Geometry Mathematical Foundations and Applications* by Kenneth Falconer (2003). This research did by reviewed and analyzed in deep the materials of research from the references, then prepare all the materials in coherence to facilitate the reader in understanding it.

The result of this research were to explain that the iterated function system is a finite family of contractions  $\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$  with  $m \geq 2$ . The way to construct a fractal with an iterated function system is to find the attractor, then the attractor was a fractal. To calculate the fractal dimension we have to find the scale or contraction factor  $c_i$  from the mapping, then the fractal dimension is equal to the value of  $s$  that was satisfying  $\sum_{i=1}^m c_i^s = 1$ .

**Keywords:** Iterated function systems, Fractal, Fractal dimension, self-similar set.

## PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya yang bertandatangan dibawah ini:

Nama mahasiswa : Sri Wahyuningsih  
NIM mahasiswa : 15321846  
Program studi : Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya dalam skripsi ini tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Ponorogo, 14 Agustus 2019

Yang membuat pernyataan



Sri Wahyuningsih  
NIM. 15321846



**LEMBAR PERSETUJUAN**

**SISTEM FUNGSI ITERASI DAN DIMENSI FRAKTAL PADA  
HIMPUNAN SERUPA-DIRI**

**SRI WAHYUNINGSIH**

**15321846**

Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan  
untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan  
Program Studi Pendidikan Matematika

Menyetujui untuk diajukan pada ujian skripsi  
Pembimbing,



**Dr. Julan Hernadi, M. Si.**



**LEMBAR PENGESAHAN**

**SISTEM FUNGSI ITERASI DAN DIMENSI FRAKTAL PADA  
HIMPUNAN SERUPA-DIRI**

**SRI WAHYUNINGSIH**

**15321846**

Dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo  
tanggal : 21 Agustus 2019

**TIM PENGUJI**

Nama

Tanda Tangan

**Dr. Julan Hernadi, M. Si.**  
NIP. 19670705 199303 1 003

**Dr. Sumaji, M. Pd.**  
NIP. 19630303 199103 1 003

**Arta Ekayanti, S. Pd., M. Sc.**  
NIK. 19910118 201609 13

Ponorogo, 26 Agustus 2019  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Ponorogo

Dekan,



**Drs. Jumadi, M. Pd.**

NIK. 19621005 199109 12

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan semesta alam yang senantiasa memberikan karunia-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Karya ini kupersembahkan untuk ibukku, bapakku, adikku, almamaterku, sahabat dan seluruh teman di kampus tercinta, serta untuk setiap orang yang berkenan membaca skripsi ini.



## KATA PENGANTAR

Puji syukur atas karunia yang Allah SWT berikan, atas limpahan rahmat dan kasih sayang-Nya, atas petunjuk dan bimbingan yang telah diberikan, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Sistem fungsi Iterasi dan Dimensi Fraktal pada Himpunan Serupa-Diri” dengan baik.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih sedalam-dalamnya kepada semua pihak, yang telah memberikan bantuan berupa bimbingan, arahan, motivasi dan doa selama proses penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada Dr. Julan Hernadi, M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasinya, sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan. Selain itu ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada:

1. Rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo dan Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan beserta staf, yang telah membantu sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
2. Kaprodi Pendidikan Matematika serta para dosen Program Studi Pendidikan Matematika yang telah memberikan bekal ilmu.
3. Bapak dan Ibu tercinta atas segala cinta, ketulusan, kasih sayang dan doa yang telah diberikan hingga penulis dapat menyelesaikan studi.
4. Teman-teman mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo angkatan tahun 2015, atas motivasi, kebersamaan, kekompakan selama masa kuliah semoga persaudaraan kita tetap terjaga.
5. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu, yang telah memberikan bantuan pelaksanaan penelitian dan penyusunan dalam skripsi ini. Semoga bantuan yang telah diberikan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT.

Teriring harapan semoga Allah SWT senantiasa membalas kebaikan berbagai pihak tersebut. Harapan penulis semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pembaca. Aamiin

Ponorogo, 14 Agustus 2019

Sri Wahyuningsih

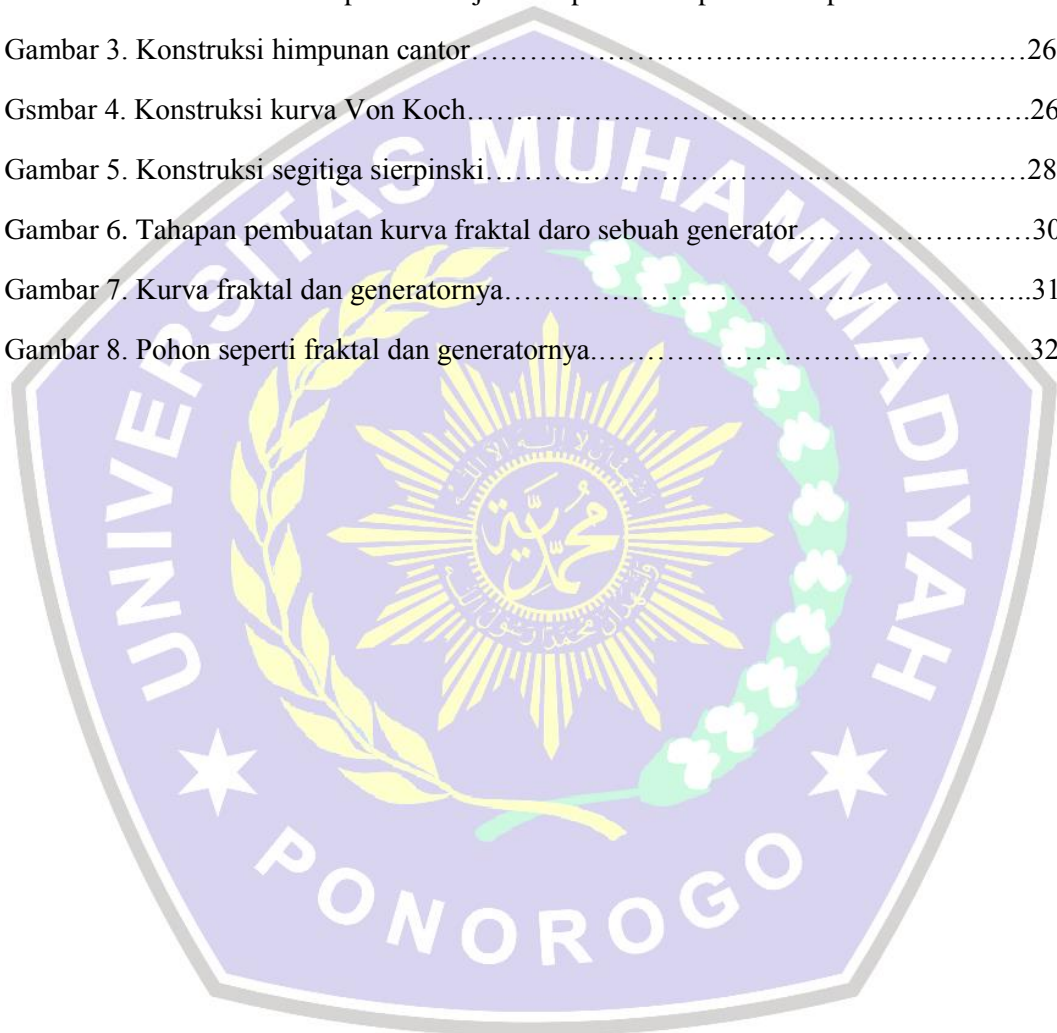


## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
ABSTRAK .....	ii
ABSTRACT.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA .....	iv
LEMBAR PERSETUJUAN .....	v
LEMBAR PENGESAHAN .....	vii
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	ix
DAFTAR LAMBANG .....	xi
BAB 1 PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Tujuan Penelitian .....	2
1.4 Kegunaan Kajian.....	2
1.5 Metode Kajian .....	3
1.6 Definisi Istilah.....	3
BAB II KAJIAN PUSTAKA.....	5
2.1 Ruang Metrik.....	5
2.2 Titik dan Himpunan Khusus pada Ruang Metrik .....	7
2.3 Ukuran dan distribusi massa.....	9
2.4 Ukuran dan Dimensi Hausdorff.....	11
2.5 Dimensi Hitung Kotak .....	17
BAB III PEMBAHASAN .....	19
3.1 Sistem Fungsi Iterasi .....	19
3.2 Dimensi Himpunan Serupa Diri ( <i>Self-Similar</i> ) .....	21
BAB IV SIMPULAN DAN SARAN .....	33
4.1 SIMPULAN.....	33
4.2 SARAN .....	33
DAFTAR PUSTAKA.....	34

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Himpunan $A$ dan persekitaran- $\delta$ nya.....	7
Gambar 2. Grafik $\mathcal{H}^S$ terhadap $S$ untuk himpunan $F$ .....	15
Gambar 2. Transformasi himpunan menjadi himpunan-himpunan serupa-diri.....	21
Gambar 3. Konstruksi himpunan cantor.....	26
Gambar 4. Konstruksi kurva Von Koch.....	26
Gambar 5. Konstruksi segitiga sierpinski.....	28
Gambar 6. Tahapan pembuatan kurva fraktal dari sebuah generator.....	30
Gambar 7. Kurva fraktal dan generatornya.....	31
Gambar 8. Pohon seperti fraktal dan generatornya.....	32



## DAFTAR LAMBANG

$\in$	: elemen atau anggota
$\cup$	: gabungan atau union
$\cap$	: irisan
$\subseteq$	: himpunan bagian
$\forall$	: untuk setiap
$\mathbb{R}$	: himpunan bilangan real
$\mathbb{Z}$	: himpunan bilangan bulat
$\mathbb{Q}$	: himpunan bilangan rasional
$\mathbb{N}$	: himpunan bilangan asli
$\emptyset$	: himpunan kosong
■	: bukti selesai
$\mathbb{R}^n$	: himpunan bilangan real ruang $n$

