BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geometri adalah cabang matematika yang berkaitan dengan titik, garis, kurva dan permukaan. Selama abad ke-3 SM, dengan mengasumsikan kumpulan kecil dari aksioma-aksioma yang secara intuitif menarik dan menyimpulkan banyak proposisi lain dari aksioma-aksioma tersebut, Euclid menempatkan Geometri ke dalam bentuk aksiomatik yang umumnya dikenal sebagai Geometri Euclid. Selama berabad-abad, Geometri Euclid berfungsi sebagai alat penting untuk memecahkan masalah geometri dan astronomi. Namun, Geometri Euclid tidak mampu mempelajari pola yang tidak teratur dan terfragmentasi di sekitar kita. Mandelbrot (1983) menjelaskan bahwa Geometri Euclid tidak mampu untuk menggambarkan bentuk awan, gunung, garis pantai atau pohon. Awan bukan bola, gunung bukan kerucut, garis pantai bukan lingkaran, dan kulit tidak halus, kilat juga tidak bergerak dalam garis lurus.

Mandelbrot mengatakan bahwa studi tentang pola-pola tidak beraturan ini muncul dari bidang geometri klasik, dan ini dikesampingkan oleh Euclid sebagai suatu pola yang tidak berbentuk. Pada abad ke-20, Benoit B. Mandelbrot yang dikenal sebagai bapak geometri fraktal memperkenalkan geometri baru yang mampu menggambarkan bentuk pola yang tidak teratur dan terfragmentasi di sekitar kita, yang dikenal sebagai Geometri Fraktal. Geometri Fraktal menyatukan kelas besar objek di bawah satu atap, dan itu memisahkan matematika klasik abad ke-19 dari matematika modern abad ke-20. Matematika klasik berakar pada struktur beraturan geometri Euclid dan dinamika Newton, sedangkan matematika modern dimulai dengan teori himpunan Cantor dan kurva pengisian-ruang Paeno.

Geometri Fraktal adalah studi formal tentang struktur yang mirip dengan dirinya sendiri dan merupakan inti konseptual dari pemahaman kompleksitas alam. Beberapa sifat dari geometri fraktal diantaranya yaitu pengulangan, penskalaan, dan keserupaan diri. Serupa diri merupakan sifat yang sangat penting dari geometri fraktal, sehingga jika suatu bagian dari objek fraktal diperbesar dalam skala tertentu, maka bagian objek fraktal yang diperbesar tersebut akan mirip dengan bentuk keseluruhannya.

Fraktal merupakan bentuk geometri yang dihasilkan dengan memulai sebuah pola yang sangat sederhana. Bentuk tersebut kemudian berkembang dengan menerapkan suatu aturan tertentu. Dalam banyak kasus, aturan untuk membuat sebuah bentuk menjadi berkembang dapat dilakukan dengan melibatkan pengambilan bentuk asli dan memodifikasinya atau menambahkannya kemudian diterapkan berulang dari satu tahap ke tahap berikutnya.

Ada beberapa cara untuk mengkonstruksi bangun fraktal, salah satunya adalah dengan menggunakan sistem fungsi iterasi (SFI). Pembangunan fraktal dengan SFI dilakukan dengan cara mentransformasi bentuk awal dari sebuah fraktal, sehingga dari transformasi tersebut diperoleh bentuk baru yang terdiri dari beberapa bagian. Bagian-bagian tersebut tidak lain adalah bentuk awal fraktal yang diperkecil dengan skala tertentu. Setiap bagian dari bentuk baru tersebut kemudian ditransformasi lagi dengan transformasi yang sama seperti sebelumnya sehingga setiap transformasi akan membentuk sebuah iterasi. Setelah terjadi iterasi tak berhingga banyaknya, maka akan diperoleh sebuah fraktal.

Transformasi yang diterapkan dalam pembentukan fraktal dengan menggunakan SFI dapat dilakukan dengan pengambilan skala yang berbeda-beda. Berapapun skala yang digunakan untuk mengkonstruksi sebuah fraktal, sifat yang melekat pada fraktal adalah keserupaan diri. Untuk dapat mencerna sifat serupa diri dari fraktal, perlu diketahui bagaimana cara menghitung dimensi fraktal. Dimensi fraktal akan memberikan perbandingan kompleksitas pola fraktal yang berubah ketika diambil skala yang berbeda.

Dalam matematika, dimensi umumnya didefinisikan sebagai jumlah minimum koordinat yang diperlukan untuk menentukan setiap titik dalam ruang atau objek. Dimensi memuat banyak informasi tentang sifat-sifat geometri suatu himpunan. Dalam geometri Euclid dimensi akan selalu berupa bilangan bulat, seperti geometri datar berdimensi 2 dan geometri ruang berdimensi 3. Sedangkan dimensi fraktal tidak harus berupa bilangan bulat, karena fraktal terdiri dari objek-objek yang memiliki bentuk tidak teratur. Dalam pembahasan ini digunakan sistem fungsi iterasi untuk mengkonstruksi fraktal dengan cara yang terpadu dan menggunakan cara yang sederhana untuk menemukan dimensi fraktal.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah yang dimaksud dengan sistem fungsi iterasi?
2. Bagaimana cara mengkonstruksi dan menentukan dimensi fraktal dengan sistem fungsi iterasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang diatas, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan sistem fungsi iterasi.
2. Mengetahui cara mengkonstruksi dan menentukan dimensi fraktal dengan sistem fungsi iterasi.

1.4 Kegunaan Kajian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat untuk berbagai pihak, baik penulis, pembaca, dan lembaga yang bersangkutan. Adapun manfaatnya adalah sebagai berikut:

1. Bagi penulis

   Penelitian ini menjadi sarana pengembangan wawasan keilmuan baru di bidang matematika, khususnya mengenai geometri fraktal, yaitu mengkostruksi dan menemukan dimensi objek fraktal dengan sistem fungsi iterasi.

2. Bagi pembaca

   Penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai referensi pada mata kuliah analisis ataupun sumber untuk mendalami lebih lanjut ilmu geometri fraktal mengenai konstruksi dan dimensi fraktal.

3. Bagi lembaga

   Penelitian ini dapat menambah koleksi kepustakaan di perpustakaan Universitas Muhammadiyah Ponorogo sehingga dapat dijadikan bahan untuk mengembangkan wawasan terutama dalam bidang matematika dan penerapannya.

1.5 Metode Kajian

Metode kajian yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode kajian pustaka yaitu dengan mengkaji referensi-referensi mengenai geometri fraktal. Pembahasan skripsi ini mengacu pada buku *Fraktal Geometry Mathematical Foundations and Applications* karangan Kenneth Falconer (2003).

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian adalah:

1. Mengumpulkan sumber pustaka yang digunakan sebagai referensi dengan cara membaca, memahami, mencatat, dan mempelajari literatur yang terkait dengan ukuran dan dimensi fraktal.
2. Mengkaji berbagai referensi mengenai topik geometri fraktal.
3. Menyajikan kembali definisi-definisi serta teorema-teorema yang menjadi dasar dalam mempelajari geometri fraktal.
4. Menyusun seluruh materi yang telah dikumpulkan secara runtut agar memudahkan pembaca dalam memahaminya.

1.6 Definisi Istilah

Berikut akan diberikan definisi-definisi istilah kunci yang sering digunakan pada skripsi ini.

1.	Ruang metrik	:	suatu himpunan yang didalamnya berlaku aturan metrik.
2.	Jarak dua bilangan real	:	lintasan terpendek antara dua bilangan real pada garis bilangan atau antara dua titik sebarang pada bidang koordinat.
3.	Interval	:	himpunan bilangan real yang bersifat bahwa setiap anggotanya selalu terletak diantara dua bilangan real di dalam himpunan tersebut.
4.	Persekitaran	:	himpunan titik-titik yang jaraknya di sekitar titik tertentu, kriterianya ditentukan oleh radius dalam sebuah metrik.
5.	Himpunan terbilang	:	himpunan yang dapat dikorespondensikan satu-satu dengan himpunan (bagian) bilangan asli.
6.	Himpunan takterbilang	:	selain dari himpunan terbilang.
7.	Batas bawah	:	elemen yang tidak melebihi elemen apapun pada sebuah himpunan.
8.	Infimum	:	batas bawah yang paling besar.
9.	Batas atas	:	elemen yang tidak kurang dari elemen apapun pada sebuah himpunan.
10.	Supremum	:	batas atas paling kecil.

11.	Limit barisan	:	titik dimana pada akhirnya suku-suku barisan mengumpul.
12.	Barisan Cauchy	:	barisan yang selisih suku-sukunya semakin lama semakin mengecil.
13.	Titik batas	:	titik yang berada pada perbatasan himpunan.
14.	Titik interior	:	titik yang berada di dalam himpunan, tidak berada di batas.
15.	Liput terbuka	:	koleksi himpunan terbuka yang gabungannya meliputi sebuah himpunan.
16.	Himpunan kompak	:	sebuah himpunan dimana setiap liput terbukanya memuat liput bagian berhingga.
17.	Penutup himpunan	:	gabungan titik interior dan titik limit/ titik batas.
18.	Himpunan terbatas total	:	suatu himpunan yang diselimuti oleh gabungan bola di suatu titik dengan radius tertentu.
19.	Himpunan terbuka	:	himpunan yang memuat semua titik interiornya.