

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR ORDE
SATU MENGGUNAKAN METODE DERET PANGKAT**



**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PONOROGO**

2020

ABSTRAK

RISTA LUTHFI AHLIANA: Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu Menggunakan Metode Deret Pangkat. **Skripsi. Ponorogo: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2020.**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu. Adapun sistem persamaan diferensial yang digunakan merupakan sistem persamaan diferensial yang mempunyai koefisien berupa variabel. Sedangkan, untuk mencari penyelesaiannya menggunakan metode deret pangkat.

Penelitian ini merupakan penelitian studi kepustakaan dengan jenis penelitiannya adalah deskriptif kualitatif. Peneliti mengkaji jurnal *Solving the Systems of Differential Equations by a Power Series Method* yang ditulis oleh Pourhabib Yekta dan Khoshkenar serta beberapa buku yang terkait. Selanjutnya, penulis membahas lebih detail mengenai solusi dari sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat serta memberikan ilustrasi grafisnya yang dibantu oleh *software* MAPLE.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa jika suatu sistem persamaan diferensial konvergen pada suatu interval, maka solusi dari sistem tersebut juga konvergen pada interval yang sama. Solusi yang dimaksud merupakan fungsi analitik $x(t)$ dan $y(t)$, yaitu $x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n(t - t_0)^n$ dan $y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(t - t_0)^n$ yang memenuhi kondisi awal $x_0 = x(t_0)$ dan $y_0 = y(t_0)$, yang mana untuk mengetahui nilai x_n dan y_n menggunakan formula
$$x_{n+1} = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^n (a_{n-k}^{(1)} x_k + b_{n-k}^{(1)} y_k) + c_n^{(1)} \right) \quad \text{dan}$$
$$y_{n+1} = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^n (a_{n-k}^{(2)} x_k + b_{n-k}^{(2)} y_k) + c_n^{(2)} \right) \quad \text{dengan } n \geq 0.$$

Kata Kunci: Persamaan Diferensial, Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu, Metode Deret Pangkat.

ABSTRACT

RISTA LUTHFI AHLIANA: *The Solution of the First Order Linear Differential Equations Systems Using the Power Series Method* . Thesis. Ponorogo: Mathematics Education Study Program, Muhammadiyah University of Ponorogo, 2020.

This research aim to knowing the solution of the first-order linear differential equations systems. As for the differential equations system used is a system of differential equations which has variable coefficients. Meanwhile, to find the solution using the power series method.

This research is a literature study with the type of research is descriptive qualitative. Researcher review journal *Solving the Systems of Differential Equations by a Power Series Method* by Pourhabib Yekta and Khoshkenar and some relevant books. Furthermore, the researcher discusses in more detail about the solution of the first-order linear differential equations systems using the power series method and provides graphical illustrations assisted by MAPLE software.

The results of the research show that if a system of differential equations converges at an interval then the solution also converges at the same interval. The solution is an analytic function $x(t)$ and $y(t)$, that is $x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n(t-t_0)^n$ and $y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(t-t_0)^n$ that satisfy initial conditions $x_0 = x(t_0)$ and $y_0 = y(t_0)$ which one to know the value of x_n and y_n using the formula $x_{n+1} = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^n (a_{n-k}^{(1)} x_k + b_{n-k}^{(1)} y_k) + c_n^{(1)} \right)$ and $y_{n+1} = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^n (a_{n-k}^{(2)} x_k + b_{n-k}^{(2)} y_k) + c_n^{(2)} \right)$ for $n \geq 0$.

Keywords: Differential Equations, the First-Order Linear Differential Equations Systems, Power Series Method.

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Rista Luthfi Ahliana

NIM Mahasiswa : 16321869

Program Studi : Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya dalam skripsi ini tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Ponorogo, 8 Agustus 2020

Yang membuat pernyataan



Rista Luthfi Ahliana

16321869

LEMBAR PERSETUJUAN

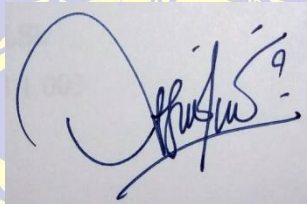
**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR ORDE
SATU MENGGUNAKAN METODE DERET PANGKAT**

RISTA LUTHFI AHLIANA

16321869

Skripsi ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan
untuk mendapatkan gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

Menyetujui untuk diajukan pada ujian skripsi
Pembimbing,



Arta Ekayanti, S. Pd., M. Sc.

LEMBAR PENGESAHAN

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR ORDE
SATU MENGGUNAKAN METODE DERET PANGKAT**

RISTA LUTHFI AHLIANA

16321869

Dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo
tanggal : 11 Agustus 2020

TIM PENGUJI

Arta Ekayanti, S.Pd., M.Sc.

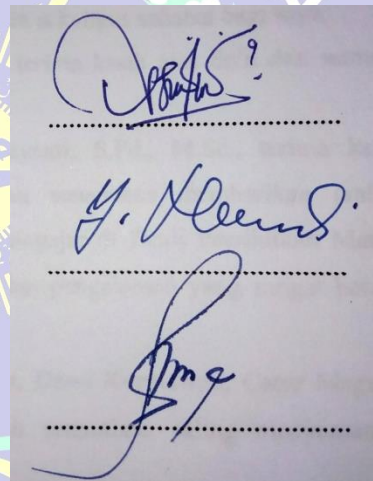
NIK. 19910118 201609 13

Dr. Julan Hernadi, M.Si.

NIP. 19670705 199303 1 003

Dr. Sumaji, M.Pd.

NIP. 19630303 199103 1 003

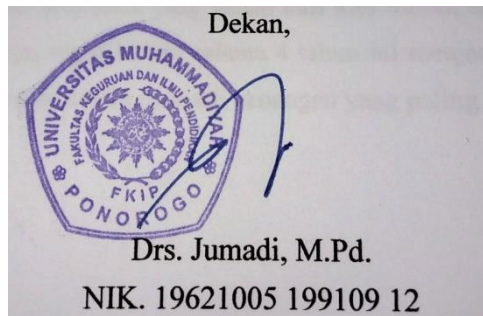


Ponorogo, 27 Agustus 2020

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Muhammadiyah Ponorogo

Dekan,



Drs. Jumadi, M.Pd.

NIK. 19621005 199109 12

HALAMAN PERSEMBAHAN

Yang utama dari segalanya, sujud syukur kusembahkan kepada-Mu ya Allah, Tuhan Yang Maha Agung dan Maha Tinggi. Atas takdirmu saya bisa menjadi pribadi yang berpikir, berilmu, beriman, dan bersabar. Semoga keberhasilan ini menjadi satu langkah awal untuk masa depan saya dalam meraih cita-cita. Shalawat dan salam selalu terlimpahkan keharibaan Rasulullah Muhammad SAW.

Dengan ini saya persembahkan karya sederhana ini kepada orang-orang yang sangat saya sayangi dan saya kasahi, antara lain:

1. Ayahanda saya, Bapak Sujani, terima kasih atas kasih sayang yang berlimpah dari mulai saya lahir, hingga saya sudah sebesar ini. Lalu teruntuk Ibunda saya, Ibu Siti Muslikah, terima kasih juga atas limpahan do'a yang tak berkesudahan. Serta segala hal yang telah Ibu lakukan, semua yang terbaik.
2. Kakak-kakak dan adik-adik saya yang luar biasa, Mbak Rosyi, Anggi, Mas Eka, dan Dik Moza. Terima kasih telah memberi dukungan, semangat, dan do'a yang tanpa henti, yang selama ini sudah menjadi saudara sekaligus sahabat bagi saya.
3. Kakek, nenek, dan saudara-saudara saya, terima kasih atas do'a dan semangatnya yang terus mengalir.
4. Dosen pembimbing saya, Ibu Arta Ekayanti, S.Pd., M.Sc., terima kasih atas kesabaran dalam membimbing saya dan senantiasa memberikan arahan dan motivasinya. Serta untuk seluruh dosen pengajar di Prodi Pendidikan Matematika, terima kasih banyak atas ilmu, didikan, dan pengalaman yang sangat berarti yang telah diberikan kepada saya.
5. Teman-teman satu bimbingan dengan saya, Dewi Kurniawati, Catur Mega Pertiwi, dan Pipit Retnowati, terima kasih sudah senantiasa saling menyemangati dan memberikan do'a-doa yang terbaik.
6. Seluruh teman-teman saya di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, khususnya Prodi Pendidikan Matematika angkatan 2016. Terima kasih untuk memori yang kita rajut setiap harinya, atas tawa yang setiap hari kita miliki, dan atas solidaritas yang luar biasa. Sehingga, masa kuliah selama 4 tahun ini menjadi lebih berarti. Semoga saat-saat indah itu akan selalu menjadi kenangan yang paling indah.

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas karunia yang Allah SWT. berikan, atas limpahan rahmat dan kasih sayang-Nya, atas petunjuk dan bimbingan yang telah diberikan, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu Menggunakan Metode Deret Pangkat”.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih sedalam-dalamnya kepada semua pihak, yang telah memberikan bantuan berupa motivasi dan doa selama proses penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada Ibu Arta Ekayanti, S.Pd., M.Sc. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasinya, sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan. Selain itu, ucapan terima kasih dan penghargaan penulis sampaikan kepada:

1. Dr. Happy Susanto, M. A., selaku rektor Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
2. Drs. Jumadi, M. Pd., selaku dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan.
3. Ibu Dwi Avita Nurhidayah M. Pd., selaku Kaprodi Pendidikan Matematika.
4. Dosen-dosen Prodi Pendidikan Matematika.
5. Bapak dan Ibunda tercinta serta saudara-saudara penulis atas segala cinta, ketulusan, kasih sayang, dan doa yang telah diberikan hingga penulis dapat menyelesaikan studi.
6. Teman-teman mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Ponorogo angkatan tahun 2016, atas motivasi, semangat, kebersamaan, dan kekompakan selama masa kuliah semoga persaudaraan kita tetap terjaga.
7. Semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu, yang telah memberikan bantuan dalam penyusunan skripsi ini. Semoga bantuan yang telah diberikan mendapat balasan dari Allah SWT.

Penulis berharap semoga Allah SWT. senantiasa membalas kebaikan berbagai pihak tersebut. Harapan penulis semoga skripsi ini membawa manfaat bagi semua pihak pada umumnya dan bagi penulis sendiri pada khususnya.

Ponorogo, 6 Agustus 2020

Rista Luthfi Ahliana

DAFTAR ISI

SAMPUL DALAM	i
ABSTRAK	ii
<i>ABSTRACT</i>	iii
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA	iv
LEMBAR PERSETUJUAN	v
LEMBAR PENGESAHAN	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	x
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	2
1.3. Tujuan Kajian	2
1.4. Kegunaan Kajian	2
1.5. Metode Kajian	2
1.6. Definisi Istilah	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	
2.1. Persamaan Diferensial	4
2.2. Masalah Nilai Awal dan Nilai Batas	5
2.3. Persekitaran	5
2.4. Deret Taylor	6
2.5. Fungsi Analitik	8
2.6. <i>Ordinary Point</i>	9
2.7. Deret Pangkat	13
BAB 3 PEMBAHASAN	
3.1. Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu Menggunakan Metode Deret Pangkat	17
3.2. Contoh-Contoh Soal dan Penyelesaiannya	23
BAB 4 SIMPULAN DAN SARAN	
4.1. Simpulan	38
4.2. Saran	38
DAFTAR PUSTAKA	39

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Ilustrasi grafik dari solusi sistem persamaan diferensial (3.10)	27
Gambar 2. Ilustrasi grafik dari solusi sistem persamaan diferensial (3.11)	31
Gambar 3. Ilustrasi grafik dari solusi sistem persamaan diferensial (3.12)	36

