

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Persamaan diferensial sering digunakan untuk pemodelan matematika dalam bidang Sains dan Teknik (Mathews & Fink, 1999). Berdasarkan banyaknya variabel bebas yang terlibat, persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Kedua jenis persamaan diferensial tersebut juga masih dapat diklasifikasikan berdasarkan pangkat tertinggi turunan yang muncul, atau biasa disebut dengan orde. Orde paling sederhana dari suatu persamaan diferensial adalah orde satu dan tidak ada batasan untuk orde tertingginya. Persamaan diferensial seringkali memiliki solusi yang dapat diekspresikan dalam bentuk fungsi dasar seperti polinomial, eksponensial, dan fungsi trigonometri (Lagrange, 2001).

Solusi dari persamaan diferensial berbentuk sebuah fungsi (Tenenbaum & Pollard, 1963). Solusi tersebut terkadang bisa diekspresikan dalam bentuk yang sederhana. Namun, mayoritas dari solusi tersebut tidak dapat diekspresikan dalam bentuk yang sederhana. Hal ini sejalan dengan pendapat Tenenbaum & Pollard (1963) dalam bukunya *Ordinary Differential Equations: An Elementary Textbook for Students of Mathematics, Engineering, and the Sciences*, yang mengatakan bahwa hanya tipe persamaan diferensial orde pertama yang sangat istimewa yang memiliki solusi yang dapat diekspresikan dalam bentuk fungsi dasar, namun faktanya hampir semua persamaan diferensial orde pertama memiliki solusi yang tidak dapat diekspresikan. Sehingga, untuk dapat menemukan solusi tersebut, menurut Ross (2010), menggunakan metode aproksimasi di antaranya dengan menggunakan metode pemisah variabel, metode grafik, metode numerik, dan metode deret pangkat. Dari uraian tersebut, jika satu persamaan diferensial saja memiliki solusi yang tidak dapat diekspresikan dalam bentuk yang sederhana, maka untuk sistem persamaan diferensial akan memiliki solusi yang lebih kompleks.

Sistem persamaan diferensial merupakan himpunan beberapa persamaan diferensial yang diselesaikan bersama. Seperti halnya solusi pada persamaan diferensial, solusi dari sistem persamaan diferensial tidak dapat ditemukan dengan langkah yang singkat. Terlebih lagi, jika koefisien variabel-variabel dari sistem persamaan diferensial tersebut berbentuk fungsi. Diperlukan metode yang lebih kompleks untuk dapat menemukan solusi dari sistem persamaan diferensial tersebut. Di beberapa buku teks, salah satunya pada buku *Ordinary Differential Equation : A First Course*, oleh Somasundaram (2001), beberapa metode yang dapat diterapkan untuk menemukan solusi dari sistem persamaan diferensial, yaitu dengan menggunakan metode matriks dan metode deret pangkat. Selain itu, menurut pendapat ahli lainnya, metode yang dapat diterapkan untuk menemukan solusi dari sistem persamaan diferensial, yaitu dengan menggunakan metode numerik, metode iterasi Picard, dan metode deret pangkat.

Pada penelitian ini, sistem persamaan diferensial yang dibahas adalah sistem persamaan diferensial linear orde satu dengan koefisien variabel berupa fungsi dan metode yang digunakan untuk menyelesaikannya adalah menggunakan metode deret pangkat. Pada penelitian ini, dibahas secara mendetail tahapan-tahapan dalam

menemukan solusi dari sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat hingga diperoleh formula yang dapat langsung digunakan. Selain itu, pada penelitian ini juga memberikan contoh-contoh soal dan ilustrasi grafis dari solusi sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat.

### **1.2. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat?

### **1.3. Tujuan Kajian**

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat.

### **1.4. Kegunaan Kajian**

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi semua pihak, baik penulis, pembaca, dan lembaga yang bersangkutan. Bagi penulis, penelitian ini digunakan sebagai sarana untuk mengembangkan wawasan dan pengetahuan di bidang matematika, khususnya matematika analisis, yaitu tentang penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat. Bagi pembaca, penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan referensi atau literatur untuk mempelajari lebih lanjut mengenai penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat. Bagi lembaga, penelitian ini dapat digunakan untuk menambah kepustakaan di Universitas Muhammadiyah Ponorogo, khususnya prodi Pendidikan Matematika, sehingga dapat dijadikan sebagai bahan untuk mengembangkan wawasan terutama dalam bidang matematika dan penerapannya.

### **1.5. Metode Kajian**

Jenis penelitian yang digunakan dalam menyusun skripsi ini adalah deskriptif kualitatif dengan bentuk studi literatur. Metode yang digunakan adalah studi kepustakaan atau studi pustaka. Penelitian kajian pustaka (kepustakaan) adalah rangkaian kegiatan yang terdiri dari metode pengumpulan data pustaka, membaca, dan mencatat, serta mengolah bahan penelitian. Bahan penelitian (data pustaka) diperoleh dari jurnal penelitian, tesis, buku teks, makalah, diskusi ilmiah, internet, atau dokumen-dokumen resmi yang diterbitkan secara resmi oleh pemerintah dan lembaga-lembaga lain.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat rumusan masalah tentang penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat.
2. Mengumpulkan sumber pustaka yang digunakan sebagai referensi dengan cara membaca, memahami, mencatat, dan mempelajari literatur yang terkait dengan penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde satu menggunakan metode deret pangkat.
3. Melakukan pembahasan dengan langkah-langkah kajian sebagai berikut:

- a. Membahas definisi dari persamaan diferensial, linearitas persamaan diferensial biasa, sistem persamaan diferensial linear orde  $n$ , persekitaran, dan *ordinary point*.
  - b. Membahas definisi dan contoh dari persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, orde suatu persamaan diferensial, masalah nilai awal, masalah nilai batas, dan fungsi analitik.
  - c. Membuktikan teorema Taylor dan membahas contoh ekspansi deret Taylor.
  - d. Membuktikan teorema yang berkaitan dengan *ordinary point*.
  - e. Membuktikan teorema kekonvergenan deret pangkat dan membahas contoh kekonvergenan deret pangkat.
4. Penarikan kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan.

Untuk lebih jelasnya, penelitian dalam tugas akhir ini dapat diuraikan sebagai berikut:

Diberikan suatu sistem persamaan diferensial linear orde satu  $\dot{x}(t)$  dan  $\dot{y}(t)$  dengan koefisien variabelnya berupa fungsi dan diberikan kondisi awal  $x(t_0) = x_0$  dan  $y(t_0) = y_0$ . Dari sistem tersebut, terdapat dengan tunggal fungsi analitik  $x(t)$  dan  $y(t)$  yang mana analitik pada  $t_0$  dan merupakan solusi dari sistem tersebut, serta memenuhi kondisi awal  $x(t_0) = x_0$  dan  $y(t_0) = y_0$ . Jika ekspansi deret pangkat dari koefisien variabel pada sistem persamaan diferensial tersebut berlaku pada suatu interval, maka ekspansi deret pangkat dari solusinya juga berlaku pada interval yang sama. Dengan demikian,  $x(t)$  dan  $y(t)$  adalah solusi dari sistem persamaan diferensial linear orde satu  $\dot{x}(t)$  dan  $\dot{y}(t)$ .

### 1.6. Definisi Istilah

Berikut diberikan definisi beberapa istilah kunci yang sering digunakan pada penelitian ini, antara lain:

1. Interval : Himpunan bilangan real yang mana mempunyai sifat yaitu setiap bilangan yang berada di antara dua bilangan dalam himpunan itu juga termasuk dalam himpunan (merupakan anggota himpunan).
2. Persamaan Diferensial : Suatu bentuk persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas.