

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan yang memiliki peran penting dalam perkembangan dunia. Berdasarkan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (Kurikulum 2006) matematika adalah ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin, dan memajukan daya pikir manusia. Sedangkan menurut Kline (1973) matematika bukan merupakan ilmu pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan ekonomi, sosial, dan alam.

Menurut perkembangan dalam matematika, muncul istilah matematika murni dan matematika terapan yang keduanya mempunyai peranan penting dan tidak dapat dipisahkan. Prager (1972) menyebutkan bahwa matematika terapan adalah jembatan yang menghubungkan antara matematika murni dengan sains dan teknologi dengan mengabstraksi fenomena-fenomena alam menjadi masalah-masalah matematis. Masalah matematis yang dibangun berdasarkan kondisi real tersebut diselesaikan serta dianalisis menggunakan teori-teori yang sudah ada pada matematika murni dan diinterpretasikan kembali ke dalam bahasa asalnya. Dalam matematika, jembatan ini dikenal dengan pemodelan matematika.

Pemodelan matematika banyak digunakan dalam pengembangan teori dan aplikasi matematis, baik dalam analisis maupun dalam proses pengambilan keputusan. Karena pada dasarnya model matematika memiliki beberapa keuntungan, salah satunya dapat memprediksi pengaruh berbagai variabel tanpa harus melakukan eksperimen dengan skala yang besar (Jorgensen, 1983), misalnya dengan melihat mekanisme biologi dan ekonomi dari objek yang terkait.

Model matematika yang sering digunakan dalam merepresentasikan permasalahan nyata adalah model persamaan diferensial. Salah satu model persamaan diferensial yang telah banyak dikaji dan dikembangkan adalah persamaan diferensial biasa dan parsial. Selanjutnya, dalam beberapa dekade terakhir dipelajari lebih lanjut mengenai persamaan diferensial yang melibatkan tundaan waktu. Hal ini didasarkan pada proses fenomena alam yang terjadi secara real dalam berbagai permasalahan nyata sering melibatkan waktu tunda.

Suatu contoh fenomena sederhana yang terjadi di alam adalah proses reboisasi. Penanaman kembali hutan yang gundul membutuhkan waktu sekitar dua puluh tahun untuk tumbuh menjadi tumbuhan yang dewasa atau mencapai kedewasaan. Bahkan untuk suatu jenis pohon tertentu membutuhkan waktu yang lebih lama lagi. Sehingga dalam membuat model matematika terhadap pemanenan hutan dan regenerasi perlu melibatkan adanya waktu tunda. Contoh lain adalah fakta pada seekor hewan yang membutuhkan waktu setelah makan untuk mencerna makanannya sebelum melanjutkan aktivitas dan merespon keadaan di sekitarnya kembali. Oleh sebab itu, pendekatan spesies dinamik yang paling baik digunakan adalah model persamaan diferensial dengan tundaan waktu.

Persamaan diferensial tundaan adalah persamaan diferensial yang tidak hanya melibatkan waktu sekarang tetapi juga beberapa waktu sebelumnya. Persamaan ini pertama kali muncul sekitar tahun 1920 ketika Vito Volterra mengaplikasikan persamaan diferensial pada model mangsa – pemangsa (*predator – prey model*) pada populasi parasit. Pada model tersebut, tundaan menggambarkan waktu yang diperlukan oleh parasit untuk menginfeksi inangnya. Namun setelah itu, persamaan diferensial tundaan kurang menjadi perhatian untuk dipelajari sampai sekitar setengah abad kemudian. Pada tahun 1963 baru diterbitkan sebuah buku formal dengan judul *Differential–Difference Equations* yang digunakan untuk mempelajari persamaan diferensial tundaan oleh Bellman dan Cooke.

Kemudian muncul matematikawan lain yang bernama Jack Hale mempelajari persamaan diferensial tundaan secara lebih mendalam. Sebelum tahun 1991, ia bersama rekannya Verduyn Lunel menulis sebuah buku teks pengantar persamaan diferensial tundaan dan hingga saat ini telah banyak berkembang buku-buku pendukung serta penelitian yang melibatkan persamaan diferensial tundaan.

Oleh sebab itu penulis tertarik untuk mengkaji teori persamaan diferensial dengan waktu tunda yang merupakan salah satu jenis dari persamaan diferensial fungsional, di mana dalam penelitian ini dibahas terbentuknya persamaan diferensial tundaan secara matematis dan diamati perilaku penyelesaian dari persamaan diferensial yang melibatkan waktu tunda tersebut serta penerapan pada model pertumbuhan logistik tundaan (Hutchinson).

1.2. Batasan Masalah

Dalam memberikan arah yang jelas dalam suatu penelitian, maka diperlukan suatu pembatasan terhadap masalah yang dibicarakan. Adapun batasan masalah berdasarkan pada latar belakang adalah sebagai berikut :

1. Skripsi ini hanya membahas konsep-konsep secara matematis bagaimana terbentuknya suatu persamaan diferensial tundaan linier, khususnya orde satu dengan satu nilai waktu tunda dan fungsi awal konstan.
2. Skripsi ini tidak membahas mengenai persamaan maupun sistem persamaan diferensial nonlinier, serta bagaimana cara memperoleh penyelesaian persamaan maupun sistem persamaan diferensial tundaan secara mendetail, yaitu hanya diperkenalkan satu metode pencarian penyelesaian yang dinamakan dengan metode step (metode penyelesaian tahap demi tahap).
3. Perilaku penyelesaian yang diamati pada skripsi ini adalah perilaku penyelesaian dari persamaan diferensial tundaan linier orde satu autonomus dengan satu nilai waktu tunda konstan.

1.3. Rumusan Masalah

Dalam rangka memperjelas masalah penelitian dan untuk mencapai tujuan penulisan yang diinginkan, diberikan rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana perilaku penyelesaian persamaan diferensial tundaan?
2. Bagaimana penerapan persamaan diferensial tundaan pada model pertumbuhan Hutchinson?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian pada hakekatnya mengungkapkan apa yang hendak dicapai oleh peneliti berdasarkan rumusan masalah yang ada. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui perilaku penyelesaian persamaan diferensial tundaan
2. Untuk mengetahui penerapan persamaan diferensial tundaan pada model pertumbuhan Hutchinson.

1.5. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan penulis dengan adanya penelitian ini adalah sebagai berikut,

1. Menambah pengetahuan dan pendalaman ilmu terkait persamaan diferensial tundaan baik kepada penulis secara pribadi maupun kepada pembaca
2. Memberikan sumbangsih kepada pihak-pihak terkait mengenai permasalahan persamaan diferensial yang dikaji, yaitu persamaan diferensial tundaan.

1.6. Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang digunakan oleh penulis pada skripsi ini diuraikan sebagai berikut,

1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan penulis pada tugas akhir ini adalah studi literatur, yaitu segala usaha yang dilakukan oleh peneliti untuk menghimpun informasi-informasi yang relevan dengan topik atau masalah yang sedang diteliti dengan cara mempelajari beberapa buku, makalah, jurnal, hasil penelitian sebelumnya, atau tulisan-tulisan yang berkaitan dengan topik penelitian yang sedang dibahas oleh peneliti. Kegiatan studi literatur (*library research*) pada dasarnya merujuk pada upaya umum yang harus dilalui untuk mendapatkan teori-teori yang relevan dengan topik penelitian.

2. Data dan Sumber Data

Data yang digunakan penulis pada penelitian ini secara garis besar diambil dari sumber bacaan kepustakaan, baik dari buku-buku teks maupun dari jurnal-jurnal ilmiah yang meliputi teori-teori persamaan diferensial, analisis real, metode numerik, sistem dinamik, fungsi kompleks, dan aljabar linier. Sedangkan sumber acuan utama yang digunakan penulis berasal dari buku *Ordinary and delay differential equations (R.D.Driver)*, *Introduction to delay differential equations (Sue Ann Campbell)* dan *Mathematical Biology I, an Introduction (Murray, J.D)*.

3. Teknik Pengumpulan data

Sebagian besar kegiatan dalam keseluruhan proses pengumpulan data yang dilakukan penulis dalam penelitian ini adalah dengan membaca sumber-sumber data yang telah diperoleh dari kepustakaan. Dari sumber-sumber bahan tersebut kemudian dianalisis dan dirumuskan sebagai data penunjang di dalam penelitian.

4. Teknik Analisis Data

Dalam penelitian ini, kegiatan pertama yang dilakukan penulis adalah mengumpulkan referensi-referensi mengenai persamaan diferensial biasa, sistem persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial tundaan dan beberapa bidang ilmu lain yang terkait. Kemudian dilanjutkan dengan mempelajari konsep-konsep persamaan diferensial biasa yang telah diajarkan saat kuliah sebagai penunjang dan dilanjutkan dengan mempelajari terbentuknya persamaan diferensial tundaan dengan sifat-sifat yang berlaku di dalamnya serta mengkaji perilaku penyelesaian yang dipengaruhi

oleh adanya waktu tunda. Pengkajian terakhir adalah penerapan persamaan diferensial tundaan pada model pertumbuhan Hutchinson.

1.7. Sistematika Penulisan

Untuk memberikan gambaran secara menyeluruh serta memudahkan pemahaman terhadap keseluruhan hasil penelitian, maka penulis menggunakan sistematika penulisan menjadi empat bab. Dimana setiap bab terbagi dalam sub-sub bab bagian dengan penjelasan sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Pada bab ini penulis menguraikan mengenai latar belakang masalah, pembatasan masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan metode penelitian, serta sistematika penulisan yang digunakan dalam penyusunan penulisan penelitian ini.

BAB II : TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini penulis memberikan penjelasan secara teoritik berdasarkan literatur-literatur yang berkaitan dengan penulisan hukum ini sebagai landasan dalam melakukan penelitian tugas akhir ini. Kerangka teori yang disajikan meliputi definisi-definisi serta konsep-konsep dasar yang berkaitan dengan persamaan diferensial tundaan.

BAB III : PEMBAHASAN DAN HASIL PENELITIAN

Pada bab ini penulis menjabarkan pembahasan dan hasil yang diperoleh dari proses meneliti. Berdasarkan rumusan masalah yang diteliti, terdapat beberapa pokok permasalahan yang dibahas dalam bab ini yaitu terkait konsep perilaku penyelesaian persamaan diferensial tundaan dan penerapannya pada model pertumbuhan Hutchinson.

BAB IV : PENUTUP

Pada bab ini penulis memaparkan kesimpulan yang dapat diperoleh dari keseluruhan hasil pembahasan dan proses penelitian, serta saran-saran yang dapat penulis kemukakan kepada para pihak yang terkait dengan bahasan penulisan ini.