

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Optimasi adalah pokok dari masalah yang melibatkan pengambilan keputusan, apakah itu dalam bidang teknik, dalam bidang ekonomi ataupun dalam bidang-bidang lainnya. Tugas dari pembuatan keputusan adalah memilih keputusan terbaik diantara bermacam-macam alternatif yang ada. Tingkat baik buruknya dari suatu alternatif digambarkan oleh suatu fungsi objektif. Teori dan metode optimasi berhubungan dengan pemilihan alternatif terbaik berdasarkan fungsi objektif yang diberikan.

Masalah optimasi dapat dibagi dalam beberapa kategori berdasarkan tipe variable keputusan, fungsi objektif, dan kendala (*constraints*) yang ada. Salah satu tipe dari masalah optimasi adalah program linier. Program linier sangat penting dalam berbagai bidang studi. Program linier paling banyak digunakan dalam bidang bisnis dan ekonomi, namun juga dapat dimanfaatkan dalam sejumlah perhitungan ilmu teknik. Misalnya dalam bidang ekonomi, fungsi tujuan dapat berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya yang ada untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal, atau biaya minimal, sedangkan fungsi kendala menggambarkan batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan. Industri yang memanfaatkan program linier diantaranya ialah industri transportasi, energi, manufaktur, dan telekomunikasi. Program linier juga berguna dalam

membuat model berbagai macam masalah yang berkaitan dengan perencanaan, perancangan rute, penjadwalan, pemberian tugas, dan desain.

Tujuan dari program linier adalah menentukan nilai-nilai dari variabel-variabel keputusan yang memaksimalkan atau meminimalkan sebuah fungsi objektif linier dimana variabel-variabel keputusannya tunduk kepada kendala linier. Secara umum, sebuah program linier adalah sebuah kasus paling sederhana dari masalah optimasi dengan kendala. Pada umumnya, tujuan optimasi adalah menemukan titik yang meminimalkan fungsi objektif dan pada saat yang sama memenuhi kendala yang ada. Titik yang memenuhi kendala disebut sebagai sebuah titik *feasible*. Pada masalah program linier, fungsi objektifnya adalah linier, dan himpunan titik *feasible* ditentukan oleh himpunan persamaan dan/atau pertidaksamaan linier.

Metode-metode program linier menyediakan cara untuk memilih titik *feasible* yang paling baik diantara banyak titik *feasible* yang mungkin. Pada dasarnya masalah program linier bisa diselesaikan dengan membandingkan solusi *feasible* dasar dan memilih salah satu yang meminimalkan atau memaksimalkan fungsi objektif –pendekatan ini biasa disebut sebagai “*brute-force approach*.” Akan tetapi, pada umumnya jumlah titik *feasible* sangat banyak. Tentu saja pendekatan ini sangat tidak praktis.

Contoh metode lain, jika suatu masalah program linier mempunyai dua variabel, maka masalah tersebut masih bisa diselesaikan dengan metode grafik. Akan tetapi, jika masalah program linier tersebut mempunyai lebih

dari dua variabel, maka masalah tersebut tidak bisa diselesaikan dengan metode grafik.

Pada tahun 1947, Dantzig memperkenalkan sebuah metode baru untuk menyelesaikan program linier, yang sekarang dikenal sebagai metode *simpleks*. Metode simpleks efisien untuk menyelesaikan masalah program linier dengan lebih dari tiga variabel. Bagaimanapun juga, metode simpleks masih mempunyai kekurangan, yaitu memiliki sifat, yang pada kasus terburuk, jumlah langkah (*steps*) dan juga waktu yang diperlukan untuk menemukan sebuah solusi bertambah secara eksponensial bersamaan dengan jumlah variabel. Karena itu, metode simpleks dapat dikatakan mempunyai kompleksitas kasus-terburuk eksponensial (*exponential worst-case complexity*).

Selama bertahun-tahun, para ilmuwan telah membedakan antara kompleksitas eksponensial dan kompleksitas polinomial. Para ilmuwan percaya bahwa program linier bisa diselesaikan dengan menggunakan suatu algoritma, yang berbeda dengan metode simpleks, yang jumlah langkah polinomial pada ukuran program. Jika sebuah algoritma untuk menyelesaikan masalah program linier mempunyai kompleksitas polinomial, maka waktu yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi dibatasi oleh polinomial dalam n . Hal ini memulai ketertarikan para ilmuwan untuk menemukan algoritma untuk menyelesaikan program linier yang mempunyai kompleksitas polinomial, yaitu, algoritma yang bisa menemukan sebuah solusi dengan jumlah waktu yang dibatasi oleh sebuah polinomial pada jumlah variabel.

Pada tahun 1979, Khachiyan pertama kali menemukan bahwa ada suatu algoritma yang bisa menyelesaikan program linier yang mempunyai kompleksitas polinomial (metode ellipsoid). Akan tetapi, algoritma ini hanya mempunyai keuntungan teori daripada prakteknya karena pada hampir semua kasus, metode simpleks jauh lebih cepat daripada metode ellipsoid. Bagaimanapun juga, metode ellipsoid Khachiyan menunjukkan bahwa algoritma untuk menyelesaikan program linier yang mempunyai kompleksitas polinomial itu ada.

Selanjutnya, pada tahun 1984, Karmarkar mengajukan sebuah algoritma untuk menyelesaikan program linier yang juga mempunyai kompleksitas polinomial, dan kelihatan bisa menyelesaikan beberapa masalah penjadwalan dalam dunia nyata yang rumit, dan lebih efisien daripada metode simpleks. Algoritma Karmarkar mempunyai kompleksitas $O(n^{3.5}L)$ sedangkan kompleksitas algoritma simpleks adalah $O(2^n - 1)$. Karya Karmarkar menjadi awal dari perkembangan banyak metode non-simpleks lain.

Berdasarkan latar belakang di atas, penulis bermaksud melakukan penelitian yaitu berupa studi literatur tentang algoritma Karmarkar pada program linier. Adapun judul yang akan diambil dalam studi literatur ini adalah: **“Algoritma Karmarkar Untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier dengan Implementasi MATLAB”**. Studi literatur ini diharapkan dapat memberikan sumbangan khusus bagi perkembangan ilmu matematika.

B. Rumusan masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimanakah bentuk algoritma Karmarkar itu?
2. Bagaimanakah cara menyelesaikan masalah program linier dengan menggunakan algoritma Karmarkar?
3. Bagaimana mengimplementasikan algoritma Karmarkar dalam MATLAB?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penelitian ini adalah:

1. Mengetahui algoritma Karmarkar.
2. Mengetahui cara menyelesaikan masalah program linier dengan menggunakan algoritma Karmarkar.
3. Mengetahui cara mengimplementasikan algoritma Karmarkar dalam MATLAB.

D. Batasan Masalah

Permasalahan pada penelitian ini adalah menyelesaikan program linier, Untuk menghindari pembahasan yang terlalu lebar, maka penelitian ini akan dibatasi dan difokuskan pada bagaimana menyelesaikan masalah program linier dengan algoritma karmarkar dan penerapan algoritma Karmarkar dalam m-file MATLAB.

E. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Memberi pengetahuan tentang gambaran algoritma Karmarkar.
2. Memberikan gambaran tentang penyelesaian masalah program linier dengan menggunakan algoritma Karmarkar.
3. Memberikan gambaran tentang penerapan algoritma Karmarkar dalam MATLAB.
4. Memberikan motivasi kepada para peneliti untuk lebih banyak mengembangkan algoritma Karmarkar sehingga ilmu pengetahuan akan semakin maju.

F. Metode Penelitian

Penelitian ini adalah studi literatur (kajian pustaka). Bahan-bahan dan materi dalam penelitian ini berupa buku, makalah, dan sumber lain yang mendukung penelitian. Penelitian ini dilakukan dengan mempelajari literatur yang memuat dan membahas tentang penyelesaian program linier, khususnya tentang algoritma karmarkar, dan beberapa teori pendukung.

Tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Persiapan
 - a. Pengumpulan literatur

Penulis mencari dan mengumpulkan literatur yang membahas permasalahan program linier dan teori-teori pendukung yang terkait dengan penyelesaian permasalahan dan pembahasan masalah.

b. Membaca dan Memahami literatur

Setelah literatur terkumpul. Semua materi pendukung dipelajari secara seksama dan diterapkan untuk menyelesaikan masalah penelitian.

2. Pelaksanaan

Penelitian ini berkaitan dengan penyelesaian masalah program linier khususnya dengan algoritma karmarkar. Pertama-tama, penulis mendalami materi program linier yang menyangkut bentuk umum program linier dan beberapa sifat optimasi. Kemudian, peneliti berkonsentrasi pada penyelesaian masalah program linier dengan menggunakan algoritma Karmarkar dan penerapannya dalam MATLAB.

3. Pelaporan

a. Pengetikan

Pelaporan penelitian ditulis dengan menggunakan program *Microsoft Word*.

b. Sistematika Penulisan

Karya tulis ini ditulis dengan menggunakan sistematika sebagai berikut:

BAB I : berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian serta pemaparan tentang metode penelitian.

BAB II : berisi landasan teori untuk penelitian ini.

BAB III : berisi tentang metode penyelesaian program linier

dengan menggunakan algoritma karmarkar.

BAB IV : berisi tentang kesimpulan hasil penelitian dan saran.

Dartar pustaka dan lampiran yang berhubungan dengan penelitian akan disajikan setelah bab IV.