**BAB I**

**PENDAHULUAN**

1. **Latar Belakang Masalah**

Di balik keabstrakannya, matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang menyimpan begitu banyak misteri dan keajaiban. Salah satunya terletak pada teori graph. Cabang matematika yang hanya mempelajari titik dan garis ini, ternyata pemakaiannya telah banyak dirasakan dalam berbagai ilmu, antara lain: ilmu komputer, kimia, fisika, biologi, sosiologi, teknik kelistrikan, linguistik, ekonomi, manajemen, pemasaran, hingga pemecahan teka-teki dan permainan asah otak.

Dapat dikatakan bahwa Teori Graph berawal pada tahun 1736 ketika Leonhard Euler mempublikasikan bukunya mengenai pemecahan masalah Jembatan Königsberg yang berjudul *Solutio Problematis Ad Geometriam Situs Pertinentis*. Walaupun demikian, minat akan Teori Graph baru berkembang setelah tahun 1920 hingga akhirnya buku teks tentang Teori Graph muncul pada tahun 1936. Buku tersebut ditulis oleh Denes König dengan judul “*The Teory of Finite and Infinite Graphs*” yang diterjemahkan dari bahasa Jerman. Sejak itulah minat terhadap Teori Graph berkembang pesat.

Hal lain yang menarik dari teori graph adalah meskipun hanya berawal dari himpunan simpul dan himpunan sisi yang menghubungkan simpul-simpul tersebut, darinya bisa disusun bilangan-bilangan ajaib yang biasa disebut label ajaib. Masing-masing bilangan yang merupakan bilangan bulat positif akan diletakkan pada setiap simpul atau sisi-sisinya. Dalam buku Magic Graphs (Marr dan Wallis, 2013), inilah yang disebut pelabelan pada graph. Ketika bilangan tidak hanya diletakkan pada masing-masing simpul atau sisi saja tetapi terhadap keduanya, maka pelabelan ini disebut pelabelan total. Pelabelan pada graph pertama kali diperkenalkan oleh Sadlàčk (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970).

Menurut Stewart, sebuah graph terhubung disebut pelabelan ajaib jika label pada semua sisi yang terhubung dengan sebuah simpul $v$ jumlahnya sama seperti ketika hal yang serupa diterapkan untuk semua simpul pada graph tersebut. Dimana semua label pada sisi tersebut adalah bilangan bulat yang berbeda. (Galli, 2012)

Selanjutnya, ketika jumlah dari label simpul dengan label semua sisi yang terhubung pada simpul tersebut adalah sama seperti saat hal serupa diterapkan untuk semua simpul pada graph tersebut, maka pelabelannya disebut pelabelan total simpul ajaib (PTSA). Sebaliknya, saat jumlah label sisi dengan label pada kedua simpul yang dihubungkan oleh sisi tersebut adalah sama seperti saat hal serupa diterapkan untuk semua sisi pada graph tersebut, maka pelabelannya disebut pelabelan total sisi ajaib. (Marr dan Wallis, 2013).

Selain itu, dalam sebuah penelitian yang berjudul Two new methods to obtain super vertex-magic total labelings of graphs (Gómez, 2008), pada pelabelan terhadap unsur-unsur graph juga dikenal pelabelan total super simpul ajaib (PTSSA), yaitu pelabelan total simpul ajaib di mana label terkecilnya terletak di salah satu simpulnya.

Banyak matematikawan yang telah mengadakan penelitian mengenai pelabelan total super simpul ajaib. Diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Mac Dougal, Miller, dan Sugeng dalam (Joseph A Gallian, 2012). Mereka menunjukkan bahwa $C\_{n}$ mempunyai PTSSA jika dan hanya jika $n$ bernilai ganjil, dan tidak ada graph bipartit lengkap yang mempunyai pelabelan total simpul ajaib. Selain itu, mereka juga memberikan sebuah konjektur bahwa jika $n≡0\left(mod 4\right), n>4$, maka $K\_{n}$ mempunyai sebuah PTSSA. Kemudian Gómez (2007) memunculkan sebuah proposisi bahwa jika $G$ adalah sebuah graph $r-teratur$ yang mempunyai PTSSA dan $k$ adalah sebuah bilangan bulat positif sedemikian hingga $\frac{(k-1)(r-1) }{2}$ adalah bilangan bulat, maka $kG$ juga mempunyai PTSSA. Sebagai akibat dari proposisi ini, diperoleh bahwa jika $n$ dan $k$ adalah bilangan ganjil atau jika $n≡0(mod4)$ dan $n>4$, maka $kK\_{n}$ mempunyai sebuah PTSSA. Akibat ini, oleh Gómez diperkuat dengan menunjukkan sebuah metode yang digunakan untuk membentuk PTSSA pada graph $kK\_{n}$.

Dari proposisi yang diungkapkan oleh Gómez tersebut, dan berdasarkan fakta bahwa graph $C\_{n}$ merupakan graph $r-teratur$ serta untuk $n$ ganjil graph $C\_{n}$ mempunyai PTSSA, maka kita mempunyai sebuah akibat yang lain, yaitu jika $n$ dan $k$ adalah bilangan ganjil, maka $kC\_{n}$ mempunyai sebuah PTSSA. Selanjutnya menimbulkan suatu permasalah baru yaitu, apakah metode yang digunakan untuk membentuk PTSSA pada graph $kK\_{n}$ juga dapat diterapkan pada graph $kC\_{n}$, untuk suatu $k$ bilangan bulat positif, dimana $\frac{(k-1)(r-1) }{2}$ menghasilkan bilangan bulat? Selain itu, graph apa saja yang memiliki dan yang tidak memiliki PTSSA? Pada skripsi ini akan dibahas mengenai hal tersebut.

1. **Rumusan**

Masalah dalam tugas akhir ini bisa dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana metode yang digunakan untuk menyusun pelabelan total super simpul ajaib pada graph-graph sikel berordo sama sebanyak $k$?
2. Graph apa saja yang mempunyai dan yang tidak mempunyai pelabelan total super simpul ajaib?
3. **Tujuan Penulisan**

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Memperoleh gambaran umum tentang metode yang digunakan untuk menyusun pelabelan total super simpul ajaib pada graph-graph sikel berordo sama sebanyak $k$.
2. Menambah pengetahuan tentang graph apa saja yang mempunyai dan yang tidak mempunyai pelabelan total super simpul ajaib.
3. **Batasan Masalah**

Penulisan tugas akhir ini memiliki batasan sebagai berikut:

1. Pada penelitian ini hanya terbatas pada metode pelabelan total graph sikel berordo sama, yang digandakan sebanyak $k$.
2. Pelabelan yang dibahas hanya pelabelan super simpul ajaib.
3. Untuk beberapa jenis graph yang mempunyai dan yang tidak mempunyai pelabelan total super simpul ajaib, hanya terbatas pembuktian untuk memperkuat alasan bahwa graph tersebut memiliki atau tidak memiliki pelabelan total super simpul ajaib.
4. **Manfaat Penulisan**

Penulisan tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Menambah pengetahuan pembaca mengenai pelabelan pada graph terutama mengenai pelabelan total super simpul ajaib. Karena masalah ini pada mata kuliah matematika diskrit ataupun mata kuliah pilihan Teori Graph tidak dibahas secara mendalam.
2. Sebagai pengetahuan dasar terutama mengenai penyusunan pelabelan super simpul ajaib pada berbagai jenis graph khususnya pada graph sikel.
3. **Metode Penelitian**
4. **Jenis Penelitian**

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan ini adalah penelitian kepustakaan atau riset kepustakaan (*library research*). Riset kepustakaan atau sering juga disebut studi pustaka ialah serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca dan mencatat serta mengolah bahan penelitian. (Zed, 2008: 3). Sedangkan menurut M. Nazir dalam bukunya yang berjudul ‘Metode Penelitian’ mengemukakan bahwa yang dimaksud dengan Studi kepustakaan adalah teknik pengumpulan data dengan mengadakan studi penelaahan terhadap buku-buku, literatur-literatur, catatan-catatan, dan laporan-laporan yang ada hubungannya dengan masalah yang dipecahkan.

1. **Data dan Sumber Data**

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah data yang bersifat tekstual meliputi konsep dasar graph, dan juga konsep pelabelan pada graph. Informasi untuk penelitian ini dikumpulkan dari buku-buku acuan mengenai matematika diskrit, jurnal-jurnal dan artikel di internet mengenai graph serta pelabelannya. Buku acuan utama yang digunakan adalah Hand Book Of Graph Theory (2003) untuk konsep dasar graph. Sedangkan untuk pelabelan pada graph menggunakan buku Magic Graph (2013) dan A Dinamic Survey of Graph Labeling (2012).

1. **Teknik Pengumpulan Data**

Pengumpulan data merupakan salah satu proses pengadaan data untuk keperluan penelitian. Pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang diperlukan. Untuk memperoleh data, penulis menggunakan langkah-langkah *Library Research* yaitu setiap penelitian memerlukan bahan yang bersumber dari perpustakaan. Penulis menggunakan metode dokumenter, yaitu mencari data mengenai hal-hal atau variabel yang berupa catatan, buku-buku, jurnal penelitian yang relevan dengan permasalahan yang penulis bahas.

1. **Teknik Analisis Data**

Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam menganalisis data adalah sebagai berikut:

1. Membuktikan kepemilikan pelabelan total super simpul ajaib.
2. Membuktikan keteraturan derajat pada suatu graph.
3. Menganalogikan dasar-dasar pelabelan pada graph teratur ke graph yang akan diberi label.
4. Mengkonstruksi pelabelan total super simpul ajaib pada suatu graph berordo sama sebanyak $k$ berdasarkan dasar yang telah diperoleh sebelumnya.
5. **Sistematika Penulisan**

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang konsep dasar teori graph, macam-macam graph, pemetaan, pelabelan pada graph, dan juga pelabelan ajaib pada graph.

Bab III Pembahasan

Dalam bab ini dipaparkan hasil kajian yang meliputi definisi PTSSA, pembuktian graph sikel mempunyai pelabelan total super simpul ajaib, metode pelabelan total super simpul ajaib pada graph sikel yang berordo sama sebanyak $k$, dan juga pembuktian beberapa jenis graph yang mempunyai dan yang tidak mempunyai pelabelan total super simpul ajaib.

Bab IV Penutup

Pada bab ini akan dibahas mengenai kesimpulan dan saran.